

MATEMATIKA

Az iskolai matematikatanítás célja, hogy hiteles képet nyújtson a matematikáról mint tudásrendszerről és mint sajátos emberi megismerési, gondolkodási, szellemi tevékenységről. A matematika tanulása érzelmi és motivációs vonatkozásokban is formálja, gazdagítja a személyiséget, fejleszti az önálló, rendszerezett gondolkodást, és alkalmazásra képes tudást hoz létre. A matematikai gondolkodás fejlesztése segíti a gondolkodás általános kultúrájának kiteljesedését.

A matematikatanítás feladata a matematika különböző arculatainak bemutatása. A matematika: kulturális örökség; gondolkodásmód; alkotó tevékenység; a gondolkodás örömeinek forrása; a mintákban, struktúrákban tapasztalható rend és esztétikum megjelenítője; önálló tudomány; más tudományok segítője; a mindennapi élet része és a szakmák eszköze.

A tanulók matematikai gondolkodásának fejlesztése során alapvető cél, hogy mindinkább ki tudják választani és alkalmazni tudják a természeti és társadalmi jelenségekhez illeszkedő modelleket, gondolkodásmódokat (analógiás, heurisztikus, becslésen alapuló, matematikai logikai, axiomatikus, valószínűségi, konstruktív, kreatív stb.), módszereket (aritmetikai, algebrai, geometriai, függvénytan, statisztikai stb.) és leírásokat. A matematikai nevelés sokoldalúan fejleszti a tanulók modellalkotó tevékenységét. Ugyanakkor fontos a modellek érvényességi körének és gyakorlati alkalmazhatóságának eldöntését segítő képességek fejlesztése. Egyaránt lényeges a reprodukív és a problémamegoldó, valamint az alkotó gondolkodásmód megismerése, elsajátítása, miközben nem szorulhat háttérbe az alapvető tevékenységek (pl. mérés, alapszerkesztések), műveletek (pl. aritmetikai, algebrai műveletek, transzformációk) automatizált végzése sem. A tanulás elvezethet a matematika szerepének megértésére a természet- és társadalomtudományokban, a humán kultúra számos ágában. Segít kialakítani az összefüggések, hipotézisek bizonyításának igényét. Megmutathatja a matematika hasznosságát, belső szépségét, az emberi kultúrában betöltött szerepét. Fejleszti a tanulók térbeli tájékozódását, esztétikai érzékét.

A tanulási folyamat során fokozatosan megismertetjük a tanulókkal a matematika belső struktúráját (fogalmak, axiómák, tételek, bizonyítások elsajátítása). Mindezzel fejlesztjük a tanulók absztrakciós és szintetizáló képességét. Az új fogalmak alkotása, az összefüggések felfedezése és az ismeretek feladatokban való alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget, a kreativitást, az önálló gondolatok megfogalmazását, a felmerült problémák megfelelő önbizalommal történő megközelítését, megoldását. A diszkussziós képesség fejlesztése, a többféle megoldás keresése, megtalálása és megbeszélése a többféle nézőpont érvényesítését, a komplex problémakezelés képességét is fejleszti. A folyamat végén a tanulók eljutnak az önálló, rendszerezett, logikus gondolkodás bizonyos szintjére.

A műveltségi terület a különböző témakörök szerves egymásra épülésével kívánja feltárni a matematika és a matematikai gondolkodás világát. A fogalmak, összefüggések érlelése és a matematikai gondolkodásmód kialakítása egyre emelkedő szintű spirális felépítést indokol – az életkori, egyéni fejlődési és érdeklődési sajátosságoknak, a bonyolódó ismereteknek, a fejlődő absztrakciós képességnek megfelelően. Ez a felépítés egyaránt lehetővé teszi a lassabban haladókkal való foglalkozást és a tehetség kibontakoztatását.

A matematikai értékek megismerésével és a matematikai tudás birtokában a tanulók hatékonyan tudják használni a megszerzett kompetenciákat az élet különböző területein. A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természet-tudományok, az informatika, a technikai, a humán műveltségterületek, illetve a választott szakma ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák értelmezéséhez, leírásához és kezeléséhez. Ezért a tanulóknak rendelkezniük kell azzal a képességgel és

készséggel, hogy alkalmazni tudják matematikai tudásukat, és felismerjék, hogy a megismert fogalmakat és tételeket változatos területeken használhatjuk. Az adatok, táblázatok, grafikonok értelmezésének megismerése nagyban segítheti a mindennapokban, és különösen a média közleményeiben való reális tájékozódást. Mindehhez elengedhetetlen egyszerű matematikai szövegek értelmezése, elemzése. A tanulóktól megkívánjuk a szaknyelv életkornak megfelelő, pontos használatát, a jelölésrendszer helyes alkalmazását írásban és szóban egyaránt.

A tanulók rendszeresen oldjanak meg önállóan feladatokat, aktívan vegyenek részt a tanítási, tanulási folyamatban. A feladatmegoldáson keresztül a tanulók képessé válhatnak a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára. Kialakul bennük az önellenőrzés igénye, a sajátjukétól eltérő szemlélet tisztelete. Mindezek érdekében is a tanítás folyamában törekedni kell a tanulók pozitív motiváltságának biztosítására, önállóságuk fejlesztésére. A matematikatanítás, -tanulás folyamatában egyre nagyobb szerepet kaphat az önálló ismeretszerzés képességnek fejlesztése az ajánlott, illetve az önállóan megkeresett, nyomtatott és internetes szakirodalom által. A matematika a lehetőségekhez igazodva támogatni tudja az elektronikus eszközök (zsebszámológép, számítógép, grafikus kalkulátor), internet, oktatóprogramok stb. célszerű felhasználását, ezzel hozzájárul a digitális kompetencia fejlődéséhez.

A tananyag egyes részleteinek csoportmunkában történő feldolgozása, a feladatmegoldások megbeszélése az együttműködési képesség, a kommunikációs képesség fejlesztésének, a reális önértékelés kialakulásának fontos területei. Ugyancsak nagy gondot kell fordítani a kommunikáció fejlesztésére (szövegértésre, mások szóban és írásban közölt gondolatainak meghallgatására, megértésére, saját gondolatok közlésére), az érveken alapuló vitakészség fejlesztésére. A matematikai szöveg értő olvasása, tankönyvek, lexikonok használata, szövegekből a lényeg kiemelése, a helyes jegyzeteléshez szoktatás a felsőfokú tanulást is segíti.

Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen előnyöket jelenthet a mindennapi életben, ha valaki jártas a problémamegoldásban. A matematikatanításnak kiemelt szerepe van a pénzügyi-gazdasági kompetenciák kialakításában. Életkortól függő szinten, rendszeresen foglalkozunk olyan feladatokkal, amelyekben valamilyen probléma legjobb megoldását keressük. Szánjunk kiemelt szerepet azoknak az optimum-problémáknak, amelyek gazdasági kérdésekkel foglalkoznak, amikor költség, kiadás minimumát; elérhető eredmény, bevétel maximumát keressük. Fokozatosan vezessük be matematikafeladatainkban a pénzügyi fogalmakat: bevétel, kiadás, haszon, kölcsön, kamat, értékcsökkenés, -növekedés, törlesztés, futamidő stb. Ezek a feladatok erősítik a tanulóknál azt a tudatot, hogy matematikából valóban hasznos ismereteket tanulnak, illetve hogy a matematika alkalmazása a mindennapi élet szerves része. Az életkor előrehaladtával egyre több példát mutassunk arra, milyen területeken tud segíteni a matematika. Hívjuk fel a figyelmet arra, hogy milyen matematikai ismereteket alkalmaznak az alapvetően matematikaigényes, illetve a matematikát csak kisebb részben használó szakmák (pl. informatikus, mérnök, közgazdász, pénzügyi szakember, biztosítási szakember, valamint pl. vegyész, grafikus, szociológus), ezzel is segítve a tanulók pályaválasztását.

A matematikához való pozitív hozzáállást nagyban segíthetik a matematika tartalmú játékok és a matematikához kapcsolódó érdekes problémák és feladványok.

A matematika a kultúrtörténetnek is része. Segítheti a matematikához való pozitív hozzáállást, ha bemutatjuk a tananyag egyes elemeinek a művészetekben való alkalmazását. A motivációs bázis kialakításában komoly segítség lehet a matematikatörténet egy-egy mozzanatának megismertetése, a máig meg nem oldott, egyszerűnek tűnő matematikai sejtések megfogalmazása, nagy matematikusok életének, munkásságának megismerése. A NAT néhány matematikus ismeretét előírja minden tanuló számára: Thalész, Euler, Gauss, Pascal, Cantor, Erdős, Neumann. A kerettanterv ezen kívül is sok helyen hívja fel a tananyag

matematikatörténeti érdekességeire a figyelmet. Ebből a tanárkollégák csoportjuk jellegének megfelelően szabadon válogathatnak.

A matematika oktatása elképzelhetetlen állítások, tételek bizonyítása nélkül. Hogy a tananyagban szereplő tételek beláttatása során milyen elfogadott igazságokból indulunk ki, s mennyire részletezünk egy bizonyítást, nagymértékben függ az állítás súlyától, a csoport befogadó képességétől, a rendelkezésre álló időtől stb. Ami fontos, az a bizonyítás iránti igény felkeltése, a logikai levezetés szükségességének megértése. Ennek mikéntjét a helyi tantervre támaszkodva mindig a szaktanárnak kell eldöntenie, ezért a tantervben a tételek megnevezése mellett nem szerepel utalás a bizonyításra. A fejlesztési cél elérése szempontjából - egy adott tanulói közösség számára - nem feltétlenül a tantervben szereplő (nevesített) tételek a legalkalmasabbak bizonyítás bemutatására, gyakorlására.

Minden életkori szakaszban fontos a differenciálás. Ez nemcsak az egyéni igények figyelembevételét jelenti. Sokszor az alkalmazhatóság vezérli a tananyag és a tárgyalásmód megválasztását, más esetekben a tudományos igényesség szintje szerinti differenciálás szükséges. Egy adott osztály matematikatanítása során a célok, feladatok teljesíthetősége igényli, hogy a tananyag megválasztásában a tanulói érdeklődés és a pályaorientáció is szerepet kapjon. A matematikát alkalmazó pályák felé vonzódó tanulók gondolkodtató, kreativitást igénylő versenyfeladatokkal motiválhatók, a humán területen továbbtanulni szándékozók számára érdekesebb a matematika kultúrtörténeti szerepének kidomborítása, másoknak a középiskolai matematika gyakorlati alkalmazhatósága fontos. A fokozott szaktanári figyelem, az iskolai könyvtár és az elektronikus eszközök használatának lehetősége segíthetik az esélyegyenlőség megvalósulását.

9–10. évfolyam

A 9–10. évfolyamon, a szemlélet alapján, a tevékenységeken, felfedeztetéseken keresztül korábban kialakított fogalmak pontos definiálására, az összefüggések felismerésére, modellek készítésére kell helyezni a fő hangsúlyt. Szükséges a matematika alkalmazási területeinek széles körű bemutatása a matematikán belüli problémák megoldásában, illetve más tudományok segítőjeként. Ezekben az években erősödik a tanulók önismerete, és megfelelő képességfejlesztéssel és módszertani változatossággal mind több tanulóban kialakulhat a matematika, illetve a természettudomány valamely ága iránti érdeklődés.

A megismerés módszerei között továbbra is fontos a gyakorlati tapasztalatszerzés, de az ismeretszerzés fő módszere a tapasztalatokból szerzett információk rendszerezése, igazolása, ellenőrzése, és az ezek alapján elsajátított ismeretanyag alkalmazása. Ezeken az évfolyamokon a fogalmak definiálásán, az összefüggések igazolásán, az ismeretek rendszerezésén, kapcsolataik feltárásán és az alkalmazási lehetőségek megismerésén van a hangsúly. Ezért a tanulóknak meg kell ismerkedniük a tudományos feldolgozás alapvető módszereivel. (Mindenki által elfogadott alapelvek/axiómák, már bizonyított állítások, új sejtések, állítások megfogalmazása és azok igazolása, a fentiek összegzése, a nyitva maradt kérdések felsorolása, a következmények elemzése.)

A problémamegoldás megszerettetésének igen fontos eszközei lehetnek a matematikai alapú játékok. A gyerekek szívesen játszanak maradékos osztáson, oszthatósági szabályokon alapuló számjátékokat, és szimmetriákon alapuló geometriai, rajzos játékokat. Nyerni akarnak, ezért természetes módon elemezni kezdik a szabályokat, lehetőségeket. Olyan következtetésekre jutnak, olyan elemzéseket végeznek, amelyeket hagyományos feladatokkal nem tudnánk elérni. A matematikatanításnak ebben a szakaszában sok érdekes matematikatörténeti vonatkozással lehet közelebb hozni a tanulókhöz a tantárgyat. A témakör

egyres elemeihez kapcsolódva mutassuk be néhány matematikus életútját. A geometria egyes területeinek (pl. szimmetriák) a művészetekben való alkalmazásait megjelenítve világossá tehetjük a tanulók előtt, hogy a matematika a kultúra elválaszthatatlan része. Az ezekre a témákra fordított idő bőven megtérül az ennek következtében növekvő érdeklődés, javuló motiváció miatt.

Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen előnyöket jelenthet a mindennapi életben, ha valaki jól tud problémákat megoldani. Gazdasági, sport témájú feladatokkal, számos geometriai és algebrai szélsőérték-feladattal lehet gyakorlati kérdésekre optimális megoldásokat keresni.

Ez az életkor már alkalmassá teszi a tanulókat az önálló ismeretszerzésre. Legyen követelmény, hogy egyes adatoknak, fogalmaknak, ismereteknek könyvtárban, interneten nézzenek utána. Ez a kutatómunka hozzájárulhat a tanulók digitális kompetenciájának növeléséhez, ugyanúgy, mint a geometriai és egyéb matematikai programok használata is. A számítógép által nyújtott határtalan lehetőségeket képesek legyenek felismerni, és hatékonyan felhasználni. Fontos célkitűzés, hogy a feladatmegoldások közben a számológépet segédeszközként tudják használni.

Ebben az életkori szakaszban már elvárható, hogy a tanulók a leírt szöveget pontosan megértsék, gondolataikat igyekezzenek szabatosan kifejtteni. A matematikai gondolkodásmód fejlődésével egyre magabiztosabban képesek véleményt nyilvánítani, érvelni, mások gondolatait megérteni.

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák.

9. évfolyam

Sorszám	Témakör	Óraszám		
		AJTP/NYEK Biol. tagozat (heti 3 óra)	6-os ált. (heti 4 óra)	Kémia t. Fizika t. (heti 5 óra)
1.	Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika	10	13	16
2.	Algebra és számelmélet	25	33	42
3.	Ponthalmazok, háromszögek, sokszögek	16	22	27
4.	Függvények	14	19	23
5.	Egyenletek, egyenlőtlenségek	15	20	25
6.	Egybevágósági transzformációk	12	16	20
	Összefoglalás, számonkérés	10	13	17
	Év végi ismétlés	6	8	10

10. évfolyam

Sorszám	Témakör	Óraszám		
		AJTP NYEK (heti 3 óra)	6-os ált. (heti 4 óra)	Biol. t. Kémia t. Fizika t. (heti 5 óra)
1.	Gondolkodási módszerek, kombinatorika, gráfok	14	19	25
2.	Algebra és számelmélet: négyzetgyök, másodfokú kifejezés	26	35	41
3.	Statisztika, valószínűség	10	13	19
4.	Geometria: hasonlóság	26	35	41
5.	Szögfüggvények	16	21	27
	Összefoglalás, számonkérés	10	13	19
	Év végi ismétlés	6	8	8

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok 1.1 Halmazok, ponthalmazok	
Előzetes tudás	Csoportosítás különböző szempontok alapján. Halmazműveletek véges halmazokon. Halmazábra. Részhalmaz. Számhalmazok, ponthalmazok.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A halmaz fogalmának mélyítése, alkalmazása problémamegoldásra, matematikai modellek alkotására. Több szempont alkalmazásával a megosztott figyelem fejlesztése. Definíciók, jelölések használata során az emlékezet fejlesztése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Intervallumok: zárt, nyílt, félig zárt, félig nyílt. A fogalom szemléletes kialakítása, majd definiálása.		
n elemű halmaz részhalmazainak a száma. Korábbi ismeretek felhasználása, a tanult jelölések alkalmazása. Halmazok számossága. Véges és végtelen halmazok, megszámlálható, nem megszámlálható halmazok. <i>Matematikatörténet: Georg Cantor.</i>		<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> mondatok, szavak, hangok rendszerezése.
Halmazműveletek: unióképzés, metszetképzés, különbségképzés, komplementer halmaz. Halmazműveletek alkalmazása több halmazra. Definíciók megfogalmazása, megértése. Halmazok felbontása diszjunkt halmazok uniójára.		<i>Informatika:</i> adatbázis-kezelés, adatállományok, adatok szűrése különböző szempontok szerint. <i>Biológia-egészségtan:</i> rendszertan.
Nevezetes ponthalmazok: –adott térelemtől adott távolságra lévő pontok halmaza – síkban és térben; –két térelemtől egyenlő távol lévő pontok halmaza – síkban és térben. Vegyes feladatok ponthalmazok és halmazműveletek alkalmazására szerkesztéssel is.		<i>Informatika:</i> geometriai szerkesztőprogram.
Ponthalmazok a koordinátasíkon. Koordinátákkal megadott feltételek. <i>Matematikatörténet: René Descartes.</i>		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Véges és végtelen halmaz, unió, metszet, különbség, komplementerhalmaz, Intervallum.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok 1.2 Matematikai logika	
Előzetes tudás	Állítások megfogalmazása a hétköznapi életből. Matematikai állítások vizsgálata. Igaz és hamis állítások. Állítás tagadása.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A köznapi életben használt logikai következtetések és a matematikai logikában használt kifejezések összevetése. A hétköznapi, nem tudományos szövegekben található matematikai információk felfedezése, rendszerezése a célnak megfelelően. Matematikai állítások helyes megfogalmazása, érvelés, vitakultúra fejlesztése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Matematikai tartalmú szöveg értelmezése. Tétel kimondása, bizonyítása. Állítás és megfordítása. Direkt, indirekt bizonyítás. Szükséges, elégséges, szükséges és elégséges feltétel. Állítások megsejtése, bizonyítás vagy cáfolat megadása.</p>		
<p>Logikai műveletek: NEM, ÉS, VAGY, „Minden”, „van olyan”, ha, akkor. A köznapi szóhasználat és a matematikai kifejezés kapcsolatának megértése. Matematikai és más jellegű érvelésekben a logikai műveletek felfedezése, alkalmazása. Érvelés és vita, ellenpélda szerepe.</p>		<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> retorikai alapismeretek.
<p>Skatulyaelv. Logikai szita. Modellalkotás egy-egy tipikus problémára.</p>		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Logikai művelet (NEM, ÉS, VAGY. Ha.... akkor), szükséges és elégséges feltétel. Sejtés, bizonyítás.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok 1.3 Kombinatorika	
Előzetes tudás	Elemek sorba rendezése, adott szempont szerinti kiválasztása, gráf használata egyszerű leszámolási feladatokban.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A kombinatorikai problémák felfedezése a hétköznapi életben, modellek alkalmazása. A rendszerező képesség, a figyelem fejlesztése. Gráfok segédeszközként való használata a gondolkodásban.	
Ismeretek és fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>A szorzási és összeadási szabály. Az összeszámlálás technikáinak megértése, alkalmazása.</p>		
Sorba rendezés.		

<p>Kiválasztás. A szöveg matematikai nyelvre fordítása, matematikai modell készítése. Kombinatorikai problémák felfedezése a mindennapokban. $n!$, n^k. Az összeszámlálási módszer megértése.</p>	
<p>Gráfok: csúcs, él, fokszám. Gráfok alkalmazása feladatmegoldásban. Gondolatmenet megjelenítése gráffal.</p>	<p><i>Kémia:</i> molekulák szerkezete. <i>Informatika:</i> számítógépes hálózatok felépítése. <i>Földrajz:</i> térképek, úthálózat.</p>
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Szorzási szabály, összeadási szabály, faktoriális, gráf, csúcs, él, fokszám.</p>

<p>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</p>	<p>2.Számelmélet, algebra 2.1 Valós számok</p>	
<p>Előzetes tudás</p>	<p>Természetes számok, egész számok, racionális számok halmaza. Műveletek elvégzése a racionális számok halmazán fejből, írásban. Műveletek sorrendje, zárójelek használata. Hatványozás. A négyzetgyök fogalma.</p>	
<p>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</p>	<p>A számkörbővítés elveinek megértése. Gondolkodás: ismeretek rendszerezésének fejlesztése. Az absztrakciós készség fejlesztése.</p>	
<p>Ismeretek és fejlesztési követelmények</p>		<p>Kapcsolódási pontok</p>
<p>Számok normálalakja. Számolás normálalakban felírt számokkal. Normálalak a számológépen. A természettudományokban és a társadalomban előforduló nagy és kis mennyiségekkel történő számolás. Számok tizedes tört alakja. Véges, végtelen szakaszos, végtelen nem szakaszos tizedes törtek. Irracionális számok. A valós számkör. Műveleti tulajdonságok alkalmazása: kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás. A valós számok és a számegyenes kapcsolata. A racionális számok halmaza nem elegendő a számegyenes pontjainak jelölésére.</p>		<p><i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> a tér, az idő, az anyagmennyiség nagy és kis méreteinek megadása normálalakokkal.</p>
<p>Négyzetgyök fogalma. A négyzetgyökvonás azonosságai. –A $\sqrt{2}$ irracionális.</p>		

–Bevitel a gyökjel alá, kiemelés a gyökjel alól. –Nevező gyöktelenítése. Műveletek gyökös kifejezésekkel.	
Az n -edik gyök fogalma.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Valós szám, normálalak, négyzetgyök, n -edik gyök, kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra 2.2 Algebrai kifejezések használata	
Előzetes tudás	Összefüggések leírása algebrai kifejezésekkel, helyettesítési érték, zárójelfelbontás.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Algebrai kifejezések biztonságos használata, célszerű átalakítási módok megtalálása, elvégzése. Direkt bizonyítási módszer alkalmazása. Ismeretek tudatos memorizálása, az emlékezet fejlesztése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Algebrai kifejezések. –Egész kifejezések, polinomok, törtek kifejezések. Racionális és nem racionális kifejezések. –A kifejezés értelmezési tartománya. –Helyettesítési érték. Műveleti tulajdonságok (kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás) vizsgálata.		<i>Fizika; kémia:</i> mennyiségek kiszámítása képlet alapján, képletek átrendezése.
Műveletek többtagú egész algebrai kifejezésekkel. Többtagú kifejezés szorzása többtagú kifejezésekkel – zárójelfelbontás, előjelszabályok. Többtagú kifejezés szorzattá alakítása kiemeléssel.		
Nevezetes azonosságok: $(a \pm b)^2$; $(a + b) \cdot (a - b)$; $(a \pm b)^3$; $(a + b + c)^2$; $a^3 - b^3$; $a^3 + b^3$ Ismeretek (képletek) tudatos memorizálása. Geometria és algebra összekapcsolása az azonosságok igazolásánál.		
Azonos átalakítások. –Polinomok összeadása, kivonása, szorzása, hatványozása. Kiemelés, szorzattá alakítás. Kifejezések legnagyobb közös osztója, legkisebb közös többszöröse. –Algebrai törtek összeadása, kivonása, szorzása, osztása. Egyszerűsítés. Bővítés. A tanult azonosságok, tulajdonságok felhasználása algebrai átalakítások, egyszerűsítések során. <i>Matematikatörténet: Al-Hvarizmi.</i>		<i>Fizika; kémia:</i> képletek értelmezése, egyenletek rendezése.
Két szám számtani- és mértani közepe, a köztük lévő egyenlőtlenség.		

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Algebrai kifejezés, polinom, algebrai tört, azonosság, számtani közép, mértani közép.
------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra 2.3 Oszthatóság	
Előzetes tudás	Osztó, többszörös, prímszám, prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Algebrai azonosságok alkalmazása oszthatósági feladatokban, az ismeretek összekapcsolásának felfedezése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Osztó, többszörös, oszthatóság, oszthatósági szabályok. Algebrai azonosságok alkalmazása oszthatósági feladatokban.		
A tanult ismeretek felidézése: prímszám, összetett szám, prímtényező felbontás. A számelmélet alaptétele. Végtelen sok prímszám van. Osztó számának meghatározása a prímtényező felbontásból. <i>Matematikatörténet:</i> Euklidesz, Eratoszthenész, Euler, Fermat.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak		

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra 2.4 Egyenlet, egyenlőtlenség, egyenletrendszer	
Előzetes tudás	Egyismeretlenes elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása. Alaphalmaz vizsgálata, ellenőrzés. Azonosság. Szöveges feladatok – matematikai modell alkotása.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; az ellenőrzés fontosságának belátása. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a problémának megfelelően. Számológép használata.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Elsőfokú egyenletek. –Alaphalmaz, megoldáshalmaz. –Ekvivalens átalakítások. –Mérlegelv. Egyenletek algebrai, grafikus megoldása. Digitális technikák használata az egyenletmegoldás során.		
Elsőfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok.		<i>Fizika:</i> kinematika,

<p>A korábban tanult feladattípusok megoldási módszereinek elmélyítése.</p> <p>A mindennapokhoz kapcsolódó problémák matematikai modelljének elkészítése, egyenlet felírása; a megoldás ellenőrzése, a gyakorlati feladat megoldásának összevetése a valósággal (lehetséges-e?).</p>	<p>dinamika.</p> <p><i>Kémia:</i> oldatok összetétele.</p>
<p>Törtes egyenletek, egyenlőtlenségek.</p> <p>Értelmezési tartomány. Ekvivalens átalakítások. Az ellenőrzés szerepe, szükségessége.</p> <p>Törtek előjelének vizsgálata.</p>	
<p>Abszolút értéket tartalmazó egyenletek, egyenlőtlenségek.</p>	
<p>Elsőfokú egyenletrendszerek.</p> <ul style="list-style-type: none"> –Grafikus megoldás. –Behelyettesítő módszer. –Egyenlő együtthatók módszere. –Új ismeretlen bevezetése. <p>Különböző módszerek megismerése és alkalmazása ugyanarra a problémára.</p> <p>Egyenletrendszerral megoldható szöveges feladatok.</p> <p>A kapott eredmény értelmezése, valóság tartalmának vizsgálata.</p>	<p><i>Informatika:</i> számítógépes program használata.</p>
<p>Egyenlőtlenségek grafikus megoldása.</p> <p>Egyenlőtlenségek algebrai megoldása.</p> <p>Egyismeretlenes egyenlőtlenségrendszer.</p>	
<p>Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek.</p> <ul style="list-style-type: none"> –Grafikus megoldás. –Teljes négyzetté kiegészítés. <p>Egyenletmegoldás szorzattá alakítással.</p> <p>Algoritmus keresése a megoldásra.</p> <p>A másodfokú egyenlet megoldóképlete.</p> <p>A megoldóképlet készségi szintű alkalmazása.</p> <p>Számológép használata.</p> <p>A másodfokú egyenlet diszkriminánsa.</p> <p>Diszkusszió.</p> <p>Gyöktényezős alak, Viète-formulák.</p> <p>Másodfokúra visszavezethető egyenletek.</p> <p>Új ismeretlen bevezetése.</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> egyenletek megoldhatósága.</p>	
<p>Másodfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok.</p> <p>Modellalkotás, megoldási módszerek. Szövegben történő ellenőrzés.</p> <p>Másodfokú függvények vizsgálata.</p> <p>Teljes négyzetté alakítás használata. Számítógépes program használata.</p> <p>Szélsőérték-feladatok.</p> <p>Másodfokú függvény vizsgálatával.</p>	<p><i>Fizika:</i> egyenletesen gyorsuló mozgás leírása.</p> <p><i>Informatika:</i> számítógépes program használata.</p>
<p>Másodfokú egyenlőtlenségek.</p>	

A megoldás megadása másodfokú függvény vizsgálatával.		
<p>Másodfokú egyenletrendszer. Másodfokú egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok. Emlékezés korábban megismert módszerekre, alkalmazás az adott környezetben.</p>		<i>Fizika:</i> ütközések.
<p>Négyzetgyökös egyenletek. –Ekvivalens és nem ekvivalens egyenlet-megoldási lépések. –Hamisgyök, gyökvesztés. –Értelmezési tartomány. Ekvivalens átalakítások. Az ellenőrzés szerepe, szükségessége.</p>		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	<p>Elsőfokú egyenlet, egyenlőtlenség, értelmezési tartomány, azonosság. Ekvivalens átalakítás, hamis gyök. Másodfokú egyenlet, egyenlőtlenség, teljes négyzetté alakítás, megoldóképlet, diszkrimináns, diszkusszió. Egyenletrendszer. Négyzetgyökös egyenlet.</p>	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Függvények	
Előzetes tudás	<p>Halmazok. Hozzárendelés fogalma. Grafikonok készítése, olvasása. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben. Lineáris függvények, fordított arányosság függvénye, abszolútérték-függvény, másodfokú függvény ismerete.</p>	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	<p>Függvény-transzformációk algebrai és geometriai megjelenítése. Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvény-modell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Számítógép bevonása a függvények ábrázolásába, vizsgálatába.</p>	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Függvény fogalma. Értelmezési tartomány, értékkészlet. A függvény megadási módjai, ábrázolása, jellemzése. Új fogalmak: paritás, korlátosság.</p>		<p><i>Informatika:</i> függvényábrázolás, grafikonkészítés számítógépes program segítségével.</p>
<p>Egyenes arányosság. Elsőfokú függvények, lineáris függvények. Lineáris kapcsolatok felfedezése a hétköznapi életben.</p>		<p><i>Fizika; kémia:</i> egyenesen arányos mennyiségek.</p>
<p>Abszolútérték-függvény. Másodfokú függvények. Teljes négyzetté kiegészítés. Hatványfüggvények. Gyökfüggvények. A függvénygrafikonok elkészítése és használata a függvény jellemzésére.</p>		<p><i>Informatika:</i> függvényábrázolás, grafikonkészítés számítógépes program segítségével.</p>

Fordított arányosság, elsőfokú törtfüggvény.	<i>Fizika; kémia:</i> fordítottan arányos mennyiségek.
Függvénytranszformációk. A tanult függvények többlépéses transzformációi az alábbiak összetételével: $f(x)+c$; $f(x+c)$; $c \cdot f(x)$; $f(c \cdot x)$; $ f(x) $. Függvények jellemzése (értékkészlet, monotonitás, szélsőérték, korlátosság, paritás, zérushely).	<i>Fizika:</i> a megfigyelés időbeli és térbeli kezdőpontja változásának hatása a mennyiségek közötti összefüggésekre.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Függvény grafikonja. Paritás, korlátosság.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria 4.1 Sokszögek	
Előzetes tudás	Térelemek kölcsönös helyzete, távolsága. Háromszögek, négyszögek, sokszögek tulajdonságai. Speciális háromszögek, négyszögek elnevezése, felismerése, tulajdonságaik. Háromszögek szerkesztése alapadatokból. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. A Pitagorasz-tétel és a Thalész-tétel ismerete.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A geometriai szemlélet, látásmód fejlesztése. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Bizonyítási igény kialakítása. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Számológép, számítógép használata.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Geometriai alapfogalmak. Térelemek kölcsönös helyzete, távolsága, szöge.		
A háromszög oldalai és szögei. –Háromszög-egyenlőtlenség. –Összefüggések a háromszög szögei között – belső szögek, külső szögek. –Összefüggések a háromszög oldalai és szögei között. A háromszögek szögeiről, oldalairól tanult tételek. Alkalmazása számítási, szerkesztési és bizonyítási feladatokban.		
A háromszögek nevezetes vonalai: –A háromszög oldalfelező merőlegesei, a háromszög köré írt köre. –A háromszög magasságvonalai, magasságpontja. –A háromszög szögfelező egyenesei, a háromszög beírt köre, hozzáírt körei. –A háromszög súlyvonalai, súlypontja.		<i>Informatika:</i> geometriai szerkesztő program használata.

A háromszögek nevezetes vonalairól és köreiről tanult tételek. Alkalmazása számítási, szerkesztési és bizonyítási feladatokban. Euler-egyenes, Feuerbach-kör bemutatása grafikus programmal.		
Négyszögek, sokszögek, szabályos sokszögek. Belső és külső szögek összege. Átlók száma.		
Pitagorasz-tétel és megfordítása. Számítási feladatok síkban és térben. A tétel és megfordításának alkalmazása feladatokban. <i>Matematikatörténet:</i> Pitagorasz.		<i>Fizika:</i> vektor felbontása merőleges összetevőkre.
Thalész tétele és a tétel megfordítása. Alkalmazása szerkesztési és bizonyítási feladatokban. Körérintő szerkesztése. <i>Matematikatörténet:</i> Thalész.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Hozzáírt kör. Sokszögek.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria 4.2 Geometriai transzformációk	
Előzetes tudás	Geometriai transzformációk, a szimmetria felismerése környezetünkben, alkalmazásuk egyszerű feladatokban.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szimmetria szerepének felismertetése a matematikában és a valóságban. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Számológép, számítógép használata.	
	Ismeretek/fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
	Geometriai transzformáció fogalma. Egybevágósági transzformációk rendszerezése. Tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, pont körüli elforgatás, eltolás. A geometriai transzformációk tulajdonságai: – fixpont, fixegyenes, fixsík; – szögtartás, távolságtartás, irányítástartás; Geometriai transzformációk szorzata.	<i>Informatika:</i> geometriai szerkesztőprogram használata.
	Az egybevágóság fogalma. Egybevágó alakzatok felismerése. Alakzatok egybevágósága. A háromszögek egybevágóságának alapesetei.	
	Szimmetrikus alakzatok.	<i>Vizuális kultúra:</i>

A szimmetrián alapuló tulajdonságok felismerése: szögek, szakaszok egyenlősége.	művészettörténeti stíluskorszakok.
Szerkesztési, számítási és bizonyítási feladatok. Az egybevágóság, a szimmetria felismerése, alkalmazása. Vázlatkészítés, elemzés, diszkusszió.	
A paralelogramma, a háromszög és a trapéz középvonala. A középpontos tükrözés alkalmazása.	
A vektor. Ellentett vektorok, nullvektor, egyenlő vektorok, vektor abszolútértéke. Műveletek vektorokkal: <ul style="list-style-type: none"> - összeadás (paralelogramma módszer, láncmódszer); - kivonás; - számmal való szorzás. Vektor felbontása összetevőkre. A vektorműveletek tulajdonságai. Szerkesztési feladatok. Vektorműveletek gyakorlása síkbeli és térbeli ábrákon is. Analógia a számhalmazokon végzett műveletekkel. Bázisvektorok, bázisrendszer. Vektorok koordinátái. Vektor hosszának számítása. Helyvektor, szabadvektor.	<i>Fizika:</i> vektormennyiségek.
A párhuzamos szelők tétele és megfordítása. A párhuzamos szelőszakaszok tétele. Szakasz arányos osztása. Számítási és szerkesztési feladatok.	
A középpontos hasonlóság fogalma és tulajdonságai. A hasonlósági transzformáció fogalma és tulajdonságai. Aránytartó transzformáció. Szerkesztési, számítási, bizonyítási-feladatok.	<i>Földrajz:</i> térképek.
Hasonló alakzatok. A háromszögek hasonlóságának alapesetei. A sokszögek hasonlósága. A hasonló síkidomok területének aránya. A hasonló testek felszínének és térfogatának aránya.	<i>Fizika:</i> hasonló háromszögek alkalmazása – lejtőmozgás, geometriai optika.
Arányossági tételek háromszögekben. Szögfelező tétel, magasságtétel, befogótétel. Mértani közép szerkesztése.	<i>Vizuális kultúra:</i> festészet, építészet.
A kör és részei. A kör kerülete, területe.. Körív hossza. Körcikk területe. Körselet területe. Kerületi és középponti szögek és a hozzá kapcsolódó tételek. Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak	

	<p>jegyzése, következtetések levonása. Húrnégyszögek és érintőnégyyszögek definíciója, tételei. Speciális érintőnégyyszögek, húrnégyszögek. Látóköriív. Látóköriív szerkesztése.</p>
Kulcsfogalmak/ fogalmak	<p>Geometriai transzformáció, egybevágósági és hasonlósági transzformáció, szimmetrikus alakzat, hasonló alakzat, számtani és mértani közép, kerületi és középponti szög, húrnégyszög, érintőnégyyszög, látóköriív. Vektorművelet, paralelogramma-módszer, láncmódszer, vektorfelbontás, nullvektor, ellentett vektor, egyenlő vektor. Bázisvektorok, bázisrendszer, vektorkoordináták. Helyvektor, szabadvektor.</p>

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Szögfüggvények	
Előzetes tudás	Hasonlóság alkalmazása számolási feladatokban, vektorok koordinátáinak használata.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Síkbeli és térbeli ábra készítése a valós geometriai problémáról. Számítási feladatok, a megoldáshoz alkalmas szögfüggvény megtalálása. Számológép, számítógép használata.	
Ismeretek/és fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Távolságok, magasságok meghatározása arányokkal. A valóság kicsinyített ábrájáról szögek és szakaszok meghatározása méréssel és számolással. A hegyesszögek szögfüggvényeinek definíciója. Szögfüggvény értékének és szögek értékének meghatározása számológéppel. Számítási feladatok szögfüggvények használatával síkban és térben.</p>		<p><i>Fizika:</i> lejtőn mozgó testre ható erők kiszámítása.</p>
<p>Nevezetes szögek szögfüggvényei: 30°; 60°; 45°. Összefüggések egy hegyesszög szögfüggvényei között. Pótszögek szögfüggvényei. Egyszerű trigonometrikus összefüggések bizonyítása.</p>		
<p>A szög ívmértéke. A radián mint mértékegység. Átváltás fok és radián között.</p>		<p><i>Fizika:</i> szögsebesség.</p>
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Szögfüggvények, ívmérték, periódus, radián. Forgásszög, egységvektor, egységkör.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	6. Statisztika. valószínűség	
Előzetes tudás	Adatok elemzése, átlag, táblázatok, grafikonok használata, gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség fogalma. Százalékszámítás.	
A tematikai egység	Tapasztalatszerzés kísérletekkel, a kísérletek kiértékelése,	

nevelési-fejlesztési céljai	következtetések. Diagram készítése, olvasása. Táblázat értelmezése, készítése. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában.
Ismeretek/fejlesztési követelmények	
<p>Statisztikai adatok gyűjtése, elemzése és ábrázolása. Adatok rendezése, osztályokba sorolása, táblázatba rendezése, ábrázolása. Következtetések levonása. Számológép használata. Adathalmazok jellemzői: terjedelem, átlag, medián, módusz, szórás.</p>	<p><i>Földrajz:</i> időjárási, éghajlati és gazdasági statisztikák.</p> <p><i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> történelmi, társadalmi témák vizuális ábrázolása (táblázat, diagram).</p> <p><i>Informatika:</i> adatkezelés, adatfeldolgozás, információ-megjelenítés.</p>
<p>Véletlen jelenségek megfigyelése. Kockadobások, pénzérme. Véletlen jelenségek számítógépes szimulációja.</p>	
<p>Esemény, eseménytér, biztos esemény, lehetetlen esemény, komplementer esemény. Műveletek eseményekkel. Kétváltozós műveletek értelmezése. Egyszerűbb események valószínűségének kiszámítása. Klasszikus valószínűségi modell. A valószínűség meghatározása kombinatorikus eszközökkel.</p>	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Terjedelem, szórás.

A fejlesztés várt eredményei a 9. évfolyam végén	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Halmazműveletek alkalmazása számhalmazokra, ponthalmazokra, intervallumokra, véges és végtelen halmazokra. – Definíció, tétel felismerése, az állítás és a megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése. <p><i>Számelmélet, algebra</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Racionális és irracionális számok – a valós számok halmazának szemléletes fogalma. – Számok normálalakja, normálalakkal műveletek végzése. – Biztos műveletvégzés, műveletek sorrendje, zárójelek használata. – Algebrai kifejezésekkel végzett műveletek, azonosságok alkalmazása. – Első egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek megoldási
---------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

	<p>módszereinek használata. Szöveges feladatok megoldása.</p> <ul style="list-style-type: none"> –A számológép használata. <p><i>Geometria</i></p> <ul style="list-style-type: none"> –Térelemek ismerete, a távolság és szög fogalmának értése, ismerete, a távolság és a szög mérése. –A kör és részeinek ismerete. –Egybevágósági transzformációk ismerete, alkalmazása szerkesztési és bizonyítási feladatokban. Egybevágó alakzatok tulajdonságainak ismerete, alkalmazása feladatokban. –Háromszögek, négyszögek, sokszögek szögeinek, nevezetes vonalainak, köreinek ismerete. Az ismeretek alkalmazása számítási, szerkesztési és bizonyítási feladatokban. –A Pitagorasz-tétel és a Thalész-tétel alkalmazásai. <p><i>Függvények, az analízis elemei</i></p> <ul style="list-style-type: none"> –A függvény fogalmának mélyülése. Új függvényjellemzők ismerete: korlátosság, periodicitás, paritás. –Többlépéses függvénytranszformációk elvégzése $f(x)+c$; $f(x+c)$; $c \cdot f(x)$; $f(c \cdot x)$; $f(x)$ felhasználásával. –Mindennapjainkhoz, más tantárgyakhoz kapcsolódó folyamatok elemzése a megfelelő függvény grafikonja alapján.
--	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

<p>A fejlesztés várt eredményei a két évfolyamos ciklus végén</p>	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> –Halmazműveletek alkalmazása számhalmazokra, ponthalmazokra, intervallumokra, véges és végtelen halmazokra. –Definíció, tétel felismerése, az állítás és a megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése. –Bizonyítási módszerek ismerete, a logikai szita és a skatulyaelv alkalmazása feladatmegoldás során. –Szorzási és összeadási szabály alkalmazása kombinatorikai feladatokban. –Gráfok használata gondolatmenet szemléltetésére. <p><i>Számelmélet, algebra</i></p> <ul style="list-style-type: none"> –Racionális és irracionális számok – a valós számok halmazának szemléletes fogalma. –Számok normálalakja, normálalakkal műveletek végzése. –Biztos műveletvégzés, műveletek sorrendje, zárójelek használata. –Algebrai kifejezésekkel végzett műveletek, azonosságok alkalmazása. –A gyökvonás fogalmának ismerete, a gyökvonás azonosságainak alkalmazása, négyzetgyökös egyenletek megoldása. –Első és másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek megoldási módszereinek használata. Szöveges feladatok megoldása. –Másodfokúra vezető szélsőérték-problémák megoldása teljes négyzetté alakítással. –A számológép használata.
--------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

	<p><i>Függvények, az analízis elemei</i></p> <ul style="list-style-type: none"> –A függvény fogalmának mélyülése. Új függvényjellemzők ismerete: korlátosság, paritás. –Többlépéses függvénytranszformációk elvégzése $f(x)+c$; $f(x+c)$; $c \cdot f(x)$; $f(c \cdot x)$; $f(x)$ felhasználásával. –Mindennapjainkhoz, más tantárgyakhoz kapcsolódó folyamatok elemzése a megfelelő függvény grafikonja alapján. <p><i>Geometria</i></p> <ul style="list-style-type: none"> –Tételek ismerete, a távolság és szög fogalmának értése, ismerete, a távolság és a szög mérése. –A kör és részeinek ismerete. –Körrel kapcsolatos tételek alkalmazása (kerületi és középponti szögek tétele, húrnégyszögek és érintőnéyszögek tételei). –Egybevágósági és hasonlósági transzformációk ismerete, alkalmazása szerkesztési és bizonyítási feladatokban. Egybevágó alakzatok, hasonló alakzatok tulajdonságainak ismerete, alkalmazása feladatokban. –Vektor fogalmának ismerete, vektorműveletek szerkesztése. Vektorfelbontás. –Háromszögek, négyszögek, sokszögek szögeinek, nevezetes vonalainak, köreinek ismerete. Az ismeretek alkalmazása számítási, szerkesztési és bizonyítási feladatokban. –A Pitagorasz-tétel és a Thalész-tétel alkalmazásai. –Hegyesszögek-szögfüggvényeinek értelmezése, számolás szögfüggvényekkel. Szögfüggvények közötti összefüggések ismerete. <p><i>Valószínűség, statisztika</i></p> <ul style="list-style-type: none"> –Statisztikai adatok elemzése: adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása. –Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése; adathalmaz móduszának, mediánjának, átlagának meghatározása. –Véletlen esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, véletlen kísérlet, esély/valószínűség fogalmak ismerete, használata. A műveletek elvégzése az eseménytérben. –A valószínűség klasszikus modelljének alkalmazása.
--	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

11–12. évfolyam

A gimnázium utolsó két évében a témakörök feldolgozásánál a matematika látásmódjának, alkalmazhatóságának a bemutatása a cél. Ez a szakasz az érettségire felkészítés időszaka is, ezért a fejlesztésnek kiemelten fontos tényezője az elemző és összegző képesség alakítása. Ezen a két évfolyamon áttekintését adjuk a korábbi évek ismereteinek, eljárásainak, problémamegoldó módszereinek, emellett sok, gyakorlati területen széles körben használható tudást is közvetítünk. Olyan tudást, amelyhez kell az előző évek alapozása, amely kissé összetettebb problémák megoldását is lehetővé teszi. Az érettségi előtt már elvárható többféle ismeret együttes alkalmazása. A sík- és téreometriai fogalmak és tételek mind a térszemlélet, mind az analógiás gondolkodás fejlesztése szempontjából lényegesek. A koordináta-

geometria elemeinek tanításával a matematika különböző területeinek összefüggéseit, s így a matematika komplexitását mutatjuk meg.

Minden témában nagy hangsúllyal ki kell térnünk a gyakorlati alkalmazásokra, az ismeretek más tantárgyakban való felhasználhatóságára. A statisztikai kimutatások és az információk kritikus értelmezése, az esetleges manipulációs szándék felfedeztetése hozzájárul a vállalkozói kompetencia fejlesztéséhez, a helyes döntések meghozatalához. Gyakran alkalmazhatjuk a digitális technikát az adatok, problémák gyűjtéséhez, a véletlen jelenségek vizsgálatához. A terület-, felszín-, térfogatszámítás más tantárgyakban és mindennapjaink gyakorlatában is elengedhetetlen. A sorozatok, kamatos kamat témakör kiválóan alkalmas a pénzügyi, gazdasági problémákban való jártasság kialakítására.

Az anyanyelvi kommunikáció fejlesztését is segíti, ha önálló kiselőadások, prezentációk elkészítését, megtartását várjuk el a diákoktól. A matematikatörténet feldolgozása például alkalmas erre. Ez sokat segíthet abban, hogy a matematikát kevésbé szerető tanulók se tekintsék gondolkodásmódjuktól távol álló területnek a matematikát.

11. évfolyam

Sorszám	Témakör	Óraszám	
		AJTP Nyek (heti 3 óra)	6-os ált. Biol. t. Kémia t. Fizika t. (heti 4 óra)
1.	Hatvány, gyök, logaritmus	18	24
2.	Trigonometria	27	36
3.	Sorozatok	16	12
4.	Koordinátageometria	14	20
5.	Gondolkodási módszerek, kombinatorika, gráfok	8	12
6.	Valószínűségszámítás, statisztika	9	14
	Összefoglalás, számonkérés	10	10
	Év végi ismétlés	6	6

12. évfolyam

Sorszám	Témakör	Óraszám
		AJTP/Nyek 6-os ált. Biol. t. Kémia t. Fizika t. (heti 4 óra)
1.	Gondolkodási módszerek, matematikai logika, gráfok	10
2.	Valószínűségszámítás, statisztika	12
3.	Felszín-, és térfogatszámítás	29
4.	Algebra, számelmélet (rendszerező összefoglalás)	24
5.	Függvény, sorozat (rendszerező összefoglalás)	15
6.	Geometria, mérés (rendszerező összefoglalás)	20
	Érettségi feladatok gyakorlása	10
	Összefoglalás, számonkérés	8

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok	
Előzetes tudás	Matematikai állítások elemzése, igaz és hamis állítások. Logikai műveletek: NEM, ÉS, VAGY. Skatulyaelv, logikai szita. Sorbarendezési és kiválasztási feladatok, gráf használata feladatmegoldásban. Gráf, csúcs, él, fokszám.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Kombinatorikai és gráfelméleti módszerek alkalmazása a matematika különböző területein, felfedezésük a hétköznapi problémákban.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Matematikai logika. Logikai műveletek: negáció, konjunkció, diszjunkció, implikáció, ekvivalencia. A köznapi szóhasználat és a matematikai szóhasználat összevetése. Logikai és halmazelméleti műveletek kapcsolata. <i>Matematikatörténet:</i> magyar matematikusok szerepe a matematikai logikában.		
Kombinatorika Permutáció – ismétlés nélkül és ismétléssel. Variáció – ismétlés nélkül és ismétléssel.		<i>Biológia-egészségtan:</i> genetika.

<p>Kombináció – ismétlés nélkül. Összeszámlálások vegyes kombinatorikai feladatokon keresztül. Jelek használata: $n!$, $\binom{n}{k}$.</p> <p>Binomiális együtthatók néhány alapvető tulajdonsága. Pascal-háromszög vizsgálata, állítások, sejtések megfogalmazása, igazolása. <i>Matematikatörténet:</i> Blaise Pascal, Erdős Pál.</p>	
<p>Gráfok Gráfelméleti alapfogalmak: csúcs, él, fokszám. Gráfok alkalmazása leszámolási feladatokban – rendszerező ismétlés. Fagraf, egyszerű gráf, összefüggő gráf, teljes gráf szemléletes fogalma, felhasználásuk feladatmegoldásokban. Fokszámra és élek számára vonatkozó összefüggések ismerete. <i>Matematikatörténet:</i> Euler.</p>	
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Permutáció, variáció, kombináció, binomiális együttható. Negáció, konjunkció, diszjunkció, implikáció, ekvivalencia. Fagraf, körgráf, egyszerű gráf, összefüggő gráf, teljes gráf. Fokszám.</p>

<p>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</p>	<p>2. Hatvány, gyök, logaritmus</p>	
<p>Előzetes tudás</p>	<p>Hatványozás egész kitevővel, hatványozás azonosságai, n-edik gyök, gyökvonás azonosságai. Valós számok halmaza.</p>	
<p>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</p>	<p>A matematika belső fejlődésének felismerése, új fogalmak alkotása: a racionális kitevő értelmezése. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: exponenciálisan, logaritmikusan változó mennyiségek. A matematikai ismeretek alkalmazásának felismerése más tudományágban és mindennapjainkban.</p>	
<p>Ismeretek/fejlesztési követelmények</p>		<p>Kapcsolódási pontok</p>
<p>Az egész kitevőjű hatványok, a hatványozás azonosságainak ismétlése. Számológép használata hatványok értékének kiszámításában, normálalak használatában. Azonos átalakítások; a célszerű módszer, lépés megválasztása. Kamatszámítás, hitelfelvétel, törlesztőrészlet-számítás. A hatványfogalom kiterjesztése – törtekitevőjű hatványok. A hatványozás eddigi azonosságai érvényben maradnak – permanencia-elv. Exponenciális függvény. Az exponenciális függvény ábrázolása, vizsgálata – irracionális kitevőjű hatvány fogalma szemléletes alapon.</p>		<p><i>Fizika:</i> radioaktivitás (bomlási törvény, aktivitás).</p>
<p>Exponenciális egyenletek, egyenlőtlenségek. Megoldás a definíció és az azonosságok alkalmazásával. Exponenciális egyenletre vezető valós problémák megoldása.</p>		<p><i>Földrajz; biológia-egészségtan:</i> globális problémák (pl. demográfiai mutatók, a</p>

	Föld eltartó képessége és az élelmezési válság, betegségek, világjárványok, túltermelés és túlfogyasztás).
<p>Számolás 10 hatványaival, 2 hatványaival.</p> <p>A logaritmus fogalma.</p> <p>A logaritmus értékének meghatározása a definíció alapján és számológéppel.</p> <p>A logaritmus azonosságai:</p> <ul style="list-style-type: none"> –szorzat, hányados, hatvány logaritmus; –áttérés más alapú logaritmusra. <p>A logaritmus azonosságainak alkalmazása kifejezések számértékének meghatározására, kifejezések átalakítására.</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> a logaritmus fogalmának kialakulása, változása.</p> <p>Logaritmustáblázat.</p>	<p><i>Kémia:</i> pH-számítás.</p> <p><i>Fizika:</i> radioaktivitással kapcsolatos számítási feladatok.</p>
<p>A logaritmusfüggvény.</p> <p>A logaritmusfüggvény ábrázolása, vizsgálata.</p> <p>Adott alaphoz tartozó exponenciális és logaritmusfüggvény kapcsolata.</p> <p>Inverz függvénykapcsolat szemléletes fogalma.</p>	
<p>Logaritmusos egyenletek, egyenlőtlenségek.</p> <p>Megoldás a definíció és az azonosságok alkalmazásával.</p> <p>Értelmezési tartomány vizsgálata. Számológép használata.</p>	
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Racionális kitevőjű hatvány. Exponenciális növekedés, csökkenés.</p> <p>Logaritmus.</p>

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Sorozatok	
Előzetes tudás	Számítási sorozat fogalma, egyszerű alapösszefüggések.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A hétköznapi életben és a matematikai problémákban a sorozattal leírható mennyiségek felismerése. Sorozatok megadási módszereinek alkalmazása. Összefüggések, képletek hatékony alkalmazása.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>A sorozat fogalma, megadása, ábrázolása.</p> <p>Sorozat megadása rekurzióval – Fibonacci-sorozat.</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> Fibonacci.</p>		<p><i>Informatika:</i> algoritmusok.</p>

<p>Számtani sorozat. A számtani sorozat n-edik tagja. A számtani sorozat első n tagjának összegének kiszámítási módja. A számtani közép tulajdonság. Számítási feladatok a számtani sorozat felismerésére, az összefüggések alkalmazására. Szöveges feladatok gyakorlati alkalmazásokkal. <i>Matematikatörténet: Gauss.</i></p>	
<p>Mértani sorozat. A mértani sorozat n-edik tagja. A mértani sorozat első n tagja összegének kiszámítási módja. A mértani közép tulajdonság. Számítási feladatok a mértani sorozat felismerésére, az összefüggések alkalmazására. Szöveges feladatok gyakorlati alkalmazásokkal. Exponenciális folyamatok a természettudományban és a társadalomtudományokban.</p>	<p><i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz, történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek; exponenciális folyamatok.</i></p>
<p>Gyakorlati alkalmazások – kamatszámítás. Pénzügyi alapfogalmak – kamatos kamat, törlesztőrészlet, hitel, THM, gyűjtőjárdék.</p>	<p><i>Földrajz: világgazdaság – hitel – adósság – eladósodás.</i></p>
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Sorozat, számtani sorozat, mértani sorozat, kamatos kamat.</p>

<p>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</p>	<p>4. Trigonometria</p>
<p>Előzetes tudás</p>	<p>Vektorokkal végzett műveletek. Hegyesszögek szögfüggvényei, a szögfüggvények általános értelmezése, szögmérés fokban és radiánban, szögfüggvények közötti egyszerű összefüggések, trigonometrikus függvények.</p>
<p>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</p>	<p>A geometriai látásmód fejlesztése. A művelet fogalmának bővítése egy újszerű művelettel, a skaláris szorzással. Az algebrai és a geometriai módszerek közös alkalmazása számítási,-bizonyítási feladatokban. A tanultak alkalmazása más tudományterületeken is. A függvényszemlélet alkalmazása az egyenletmegoldás során, végtelen sok megoldás keresése.</p>

<p>Ismeretek/fejlesztési követelmények</p>	<p>Kapcsolódási pontok</p>
<p>A szögfüggvények általános értelmezése. – Forgásszög, egységvektor, vektorkoordináták, egységkör. – A szögfüggvények előjele a különböző síknegyedekben. – Szögfüggvények közötti összefüggések. (Pitagoraszi összefüggés, összefüggés szög és mellékszög szinusza és koszinusza között.) A trigonometrikus függvények. ($x \mapsto \sin x$; $x \mapsto \cos x$; $x \mapsto \operatorname{tg} x$) ábrázolása, jellemzése.</p>	<p><i>Fizika: harmonikus rezgőmozgás, hullámmozgás leírása.</i> <i>Informatika: grafikonok elkészítése számítógépes programmal.</i></p>

<p>A szögfüggvények értelmezési tartománya, értékkészlete, zérushelyek, szélsőérték, periódus, monotonitás, korlátosság, paritás. Függvénytranszformáció, függvényvizsgálat.</p>	
<p>Egyszerű trigonometrikus egyenletek. A szögfüggvény definíciójának felhasználása a megoldáshoz. Az egyenletnek végtelen sok megoldása van.</p>	
<p>A vektor fogalma, vektorműveletek, vektorfelbontás, vektorkoordináták. A vektorok koordinátaival végzett műveletek és tulajdonságaik. A vektor 90°-os elforgatottjának koordinátái.</p>	
<p>Két vektor skaláris szorzata. A művelet újszerűségének bemutatása. Jelölések megjegyzése. – A skaláris szorzat tulajdonságai. A skaláris szorzás alkalmazása számítási és bizonyítási feladatokban. – Merőleges vektorok skaláris szorzata. Szükséges és elégséges feltétel. – Két vektor skaláris szorzatának kifejezése a vektorkoordináták segítségével.</p>	<p><i>Fizika:</i> munka, elektromosság.</p>
<p>A háromszög területének kifejezése két oldal és a közbezárt szög segítségével. Alakzatok adatainak meghatározása. Szinusztétel. Koszinusztétel. Kapcsolat a Pitagorasz-tétellel. Ábra és terv készítése a számítási feladatokhoz. Szögtávolság, terület meghatározása gyakorlati problémákban is. Bizonyításokban egyszerű gondolatmenet követése. Számológép használata.</p>	<p><i>Földrajz:</i> távolságok, szögek kiszámítása – terepmérési feladatok.</p>
<p>Szögfüggvények közötti összefüggések. – Szögfüggvényekről tanultak ismétlése. – Trigonometrikus függvények. – Összefüggések a szögfüggvények között. Függvénytáblázat használata feladatok megoldásában.</p>	<p><i>Informatika:</i> számítógépes program használata.</p>
<p>Trigonometrikus egyenletek. Egységkör, illetve trigonometrikus függvény grafikonjának felhasználása az egyenlet megoldásához. Az összes megoldás megkeresése. Időtől függő periodikus jelenségek vizsgálata.</p>	<p><i>Fizika:</i> rezgőmozgás; adott kitéréshez, sebességhez, gyorsuláshoz tartozó időpillanatok meghatározása.</p>
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Skaláris szorzat.</p>

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Koordinátageometria	
Előzetes tudás	Koordinátarendszer, vektorok, vektorműveletek megadása koordinátákkal. Helyvektor, szabadvektor. Ponthalmazok koordináta-rendszerben. Függvények ábrázolása. Elsőfokú, másodfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldása.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Elemi geometriai ismeretek megközelítése új eszközzel. Geometriai problémák megoldása algebrai eszközökkel. Számítógép használata.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Két pont távolsága. A Pitagorasz-tétel alkalmazása. Vektor abszolútértékének kiszámítása. Két vektor hajlásszöge. Skaláris szorzat használata.		
Szakaszcsoepezőpontjának, harmadolópontjának koordinátái. A háromszög súlypontjának koordinátái. Elemi geometriai ismeretek alkalmazása, vektorok használata, koordináták-kiszámolása.		<i>Fizika:</i> alakzatok tömegközéppontja.
Az egyenes helyzetét jellemző adatok: irányvektor, normálvektor, irányszög, iránytangens. A különböző jellemzők közötti kapcsolat értése, használata.		<i>Fizika:</i> mérések értékelése.
Két egyenes párhuzamosságának és merőlegességének a feltétele. Az egyenes egyenlete: –normálvektoros egyenlet; –iránytényezős egyenlet. Geometriai feladatok megoldása algebrai eszközökkel. A feladathoz alkalmas egyenlettípus kiválasztása. Két egyenes metszéspontja. Egyenletrendszerek megoldási módszereinek felidézése.		<i>Informatika:</i> számítógépes program használata.
A kör egyenlete. Kör egyenletének felírása a középpont és a sugár ismeretében. –A kör és a kétismeretlen másodfokú egyenlet. –Kör és egyenes kölcsönös helyzete. –A kör egy adott pontjában húzott érintőjének egyenlete.		<i>Informatika:</i> számítógépes program használata.
Ponthalmazok a koordinátasíkon. Egyenlőtlenséggel megadott egyszerű feltételek vizsgálata, ábrázolása.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Vektor, irányvektor, normálvektor, iránytényező.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	6. Térgeometria, felszín, térfogat
--------------------------------------	------------------------------------

Előzetes tudás	Térelemek illeszkedése, távolsága, szöge. Térbeli testek jellemzői: csúcs, lap, átló, felszín, térfogat.
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A korábban kísérletezéssel, méréssel, szemlélet alapján megszerzett ismeretek mélyítése, elméleti háttérük megteremtése. A térszemlélet, az esztétikai érzék fejlesztése.
Ismeretek/fejlesztési követelmények	
<p>Térelemek. Két kitérő egyenes hajlásszöge. Síkra merőleges egyenes. Egyenes és sík hajlásszöge. Két sík hajlásszöge. Pont távolsága síktól. Két párhuzamos sík távolsága. Két kitérő egyenes távolsága. A fogalmak bemutatása modelleken és a környezetünk tárgyain. Modellezőkészletek használata. Digitális technikák használata térbeli ábrák megjelenítéséhez.</p>	<i>Vizuális kultúra:</i> axonometria.
<p>Kerület- és területszámítás eddig tanult részeinek áttekintése. Síkidomok kerülete, területe. Képi emlékezés, ismeretek felidézése. Képzeletben történő mozgatus, átdarabolás, szétvágás.</p>	
<p>Testek, szabályos testek. Térbeli modellek használata, készítése. Számítógép használata ábrázoláshoz. Ábrakészítés térbeli testekről.</p>	<i>Informatika:</i> számítógépes szimulációs program használata.
<p>A térfogatszámítás alapelvei. Mérőszám és mértékegység.</p>	
<p>Egyenes hasáb felszíne, térfogata. Forgáshenger felszíne, térfogata. Az összefüggések alkalmazása változatos térgeometriai feladatokban, gyakorlati alkalmazások.</p>	<i>Informatika:</i> számítógépes program használata.
<p>A kúp felszíne, térfogata. A közelítés szemléletes fogalma. Csonkagúla, csonkakúp. A csonkagúla, csonkakúp térfogata és felszíne. A hasonlóság alkalmazása. A gömb térfogata és felszíne. Térgeometriai ismeretek alkalmazása. <i>Matematikatörténet:</i> Cavalieri.</p>	<i>Vizuális kultúra:</i> építészet. <i>Biológia-egészségtan:</i> keringéssel kapcsolatos számítási feladatok.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Felszín, térfogat, hengyszerű test, kúpszerű test, csonkagúla, csonkakúp.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	7. Statisztika, valószínűség	
Előzetes tudás	Adatok elemzése, táblázatok, grafikonok használata. Terjedelem, átlag, medián, módusz, szórás. Klasszikus valószínűségi modell.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A valószínűség fogalmának bővítése, mélyítése. A kombinatorikai ismeretek alkalmazása valószínűség meghatározására.	
Ismeretek és fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Statisztikai mintavétel. Reprezentatív mintavétel A minta terjedelme. Átlag, medián, módusz, szórás. Közvélemény-kutatás. Minőségellenőrzés.		<i>Informatika:</i> táblázatkezelő, adatbáziskezelő program használata. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> választások. <i>Földrajz:</i> statisztikai évkönyv.
Véletlen jelenségek megfigyelése. A modell és a valóság kapcsolata. Szerencsejátékok elemzése. Véletlen jelenségek számítógépes szimulációja. Klasszikus valószínűségi modell. A tanult kombinatorikai módszerek használata. A valószínűség becslése, számolása. Mintavétel visszatevéssel, visszatevés nélkül. <i>Matematikatörténet:</i> a valószínűségszámítás történeti érdekességei.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Valószínűség. A valószínűség klasszikus modellje.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	8. Rendszerező összefoglalás	
Előzetes tudás	A 4 év matematika anyaga.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása az egyes témakörökben. A megoldási módszerek tudatosítása, a problémákban alkalmazható közös modellek, számítási-bizonyítási módszerek keresése. Az ismeretek gyakorlati problémákra való alkalmazása. A matematika épülésének folyamatába történő betekintés a matematikatörténet néhány fejezetének, nagy egyéniségének megismerésével.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok

<p><i>Gondolkodási módszerek.</i> Halmazok. Számhalmazok. A halmazok alkalmazási területei a matematika különböző ágaiban. A halmazok szemléltetésre, az összefüggések áttekintésére, közös tulajdonságok kiemelésére való használata. A valós számok halmaza fogalmának megerősítése, a számkörbővítés lépéseinek az áttekintése.</p> <p>Logikai ismeretek. A matematikai szövegek helyes értelmezése. Pontos fogalmazásra való törekvés, a definíciókban, tételekben szereplő feltételek szerepének, jelentésének tudatosítása.</p> <p>A matematikában tanult módszerek. A bizonyítási módszerek rendszerezése feladatokon, gyakorlati alkalmazásokon keresztül: a direkt, indirekt bizonyítás, logikai szita formula, skatulyaelv.</p> <p>Kombinatorika, gráfelmélet. A sorbarendezési és leszámolási feladatok alaptípusainak felismerése – gráfok alkalmazása a problémamegoldás során.</p>	
<p><i>Számelmélet, algebra.</i> Számhalmazok. A valós számok halmazán értelmezett műveletek, műveleti tulajdonságok biztonságos használata. Az eredmények várható értékének becslése – annak vizsgálata, hogy reális-e az eredményünk.</p> <p>Algebrai alapfogalmak, azonosságok. Átalakítások algebrai kifejezésekkel.</p> <p>A zsebszámológép használata.</p> <p>Egyenletek, egyenletrendszerek, egyenlőtlenségek. Változatos módszerek alkalmazása, többféle megoldás keresése. Gyakorlati problémákat tartalmazó szöveges feladatok megoldása. A különböző témakörökhöz tartozó problémák közötti kapcsolatok észrevétele. Adott egyenlethez illő megoldási módszer önálló kiválasztása.</p>	
<p><i>Sorozatok, függvények.</i> Függvények grafikonjai, jellemzésük. Függvénytranszformációk. Függvények a matematikában, a természettudományokban és hétköznapijainkban. Számítási és mértani sorozat, kamatos kamatszámítás.</p>	<p><i>Informatika:</i> számítógépes program használata.</p>
<p><i>Geometria.</i> Mérés és mérték. A hosszúság -, terület -, térfogatmérés, a szög mérés fontos kérdése: mi a problémához illő egység, milyen pontosan adjuk meg az eredményt. A geometriai szerkesztések. Megengedett szerkesztési lépések és eszközök használata. A geometriai transzformációk.</p>	

<p>A geometriai transzformációk előfordulásainak keresése környezetünkben. A szimmetria és a harmónia észrevétele a művészetekben.</p> <p>A háromszögekre vonatkozó ismeretek. A négyszögekre, sokszögekre vonatkozó ismeretek. Körre vonatkozó ismeretek. Az alakzatok tulajdonságainak, nevezetes vonalainak felidézése, az absztrakciós készség fejlődése.</p> <p>Trigonometria. Vektorok, koordináta geometria. A trigonometria és a koordináta geometria a geometriai és az algebrai készségeket együtt fejleszti.</p>	
<p><i>Statisztika, valószínűség.</i> Adatsokaságok elemzése. Véletlen jelenségek vizsgálata. Vélemények megbeszélése, érvelés, sejtések megfogalmazása, azok elfogadása vagy elvetése. A valószínűség és a statisztika törvényei érvényesülésének felfedezése a termelésben, a pénzügyi folyamatokban, a társadalmi folyamatokban.</p>	<p><i>Informatika:</i> táblázatkezelő, adatbáziskezelő program használata.</p>
<p><i>Tudománytörténeti és matematikai érdekességek, neves matematikusok.</i> Néhány matematikatörténeti szemelvény. A matematikatörténet néhány érdekes problémájának áttekintése. (Pl. nem euklideszi geometria – Bolyai János, Bolyai Farkas; nagy Fermat-tétel) A számítógépek fejlődése – Neumann János, A matematika néhány filozófiai kérdése, A matematika fejlődésének külső és belső hajtóerői. Néhány megoldatlan és megoldhatatlan probléma.</p>	<p><i>Informatika:</i> könyvtárhasználat, internethasználat.</p>
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	
<p>A fejlesztés várt eredményei a 11. évfolyam végén</p>	<p>Gondolkodási és megismerési módszerek –A kombinatorikai problémához illő módszer önálló megválasztása. –Bizonyított és nem bizonyított állítás közötti különbség megértése. –Feltétel és következmény biztos felismerése a következtetésben. –Szövegértés: a szövegben található információk önálló kiválasztása, értékelése, rendezése problémamegoldás céljából. –A szöveghez illő matematikai modell elkészítése.</p> <p>Számelmélet, algebra –A kiterjesztett gyök- és hatványfogalom ismerete. –A logaritmus fogalmának ismerete. –A gyök, a hatvány és a logaritmus azonosságainak alkalmazása konkrét esetekben probléma megoldása céljából. –Exponenciális és logaritmusos egyenletek megoldása, ellenőrzése. –Trigonometrikus egyenletek megoldása, az azonosságok alkalmazása, az összes gyök megtalálása.</p>

	<ul style="list-style-type: none"> – A számológép biztos használata. <p>Geometria</p> <ul style="list-style-type: none"> – Vektorok a koordináta-rendszerben, helyvektor, vektorkoordináták ismerete. – Két vektor skaláris szorzata alkalmazása. – Forgásszögek szögfüggvényeinek értelmezése, számolás szögfüggvényekkel. Szögfüggvények közötti összefüggések ismerete. – Jártasság a háromszögek segítségével megoldható problémák önálló kezelésében, szinusztétel, koszinusztétel alkalmazása. – Valós problémákhoz geometriai modell alkotása. – A geometriai és az algebrai ismeretek közötti kapcsolódás elemeinek ismerete: távolság, szög számítása a koordináta-rendszerben, kör és egyenes egyenlete, geometriai feladatok algebrai megoldása. <p>Függvények, az analízis elemei</p> <ul style="list-style-type: none"> – Az exponenciális-, logaritmus- és a trigonometrikus függvények értelmezése, ábrázolása, jellemzése. – Függvénytranszformációk alkalmazása. – Exponenciális folyamatok matematikai modelljének használata. – A számtani és a mértani sorozat ismerete, feladatokban való alkalmazása. – Pénzügyi alapfogalmak ismerete, pénzügyi számítások megértése, reprodukálása, kamatos kamatszámítás elvégzése. <p>Valószínűség, statisztika</p> <ul style="list-style-type: none"> – Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében. – A valószínűség matematikai fogalma, klasszikus kiszámítási módjának alkalmazása. – Mintavétel és valószínűség kapcsolata, alkalmazása.
--	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

<p>A fejlesztés várt eredményei a két évfolyamos ciklus végén</p>	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – A kombinatorikai problémához illő módszer önálló megválasztása. – Bizonyított és nem bizonyított állítás közötti különbség megértése. – Feltétel és következmény biztos felismerése a következtetésben. – Szövegértés: a szövegben található információk önálló kiválasztása, értékelése, rendezése problémamegoldás céljából. – A szöveghez illő matematikai modell elkészítése. – A gráfok eszköz jellegű használata probléma megoldásában. <p><i>Számelmélet, algebra</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – A kiterjesztett gyök- és hatványfogalom ismerete. – A logaritmus fogalmának ismerete. – A gyök, a hatvány és a logaritmus azonosságainak alkalmazása konkrét esetekben probléma megoldása céljából. – Exponenciális és logaritmosus egyenletek megoldása, ellenőrzése. – Trigonometrikus egyenletek megoldása, az azonosságok alkalmazása, az összes gyök megtalálása. – A számológép biztos használata.
--------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Függvények, sorozatok

- Az exponenciális-, logaritmus- és a trigonometrikus függvények értelmezése, ábrázolása, jellemzése.
- Függvénytranszformációk alkalmazása.
- Exponenciális folyamatok matematikai modelljének használata.
- A számtani és a mértani sorozat ismerete, feladatokban való alkalmazása.
- Pénzügyi alapfogalmak ismerete, pénzügyi számítások megértése, reprodukálása, kamatos kamatszámítás elvégzése.

Geometria

- Vektorok a koordináta-rendszerben, helyvektor, vektorkoordináták ismerete.
- Két vektor skaláris szorzata alkalmazása.
- Forgásszögek-szögfüggvényeinek értelmezése, számolás szögfüggvényekkel. Szögfüggvények közötti összefüggések ismerete.
- Jártasság a háromszögek segítségével megoldható problémák önálló kezelésében, szinusztétel, koszinusztétel alkalmazása.
- Valós problémákhoz geometriai modell alkotása.
- A geometriai és az algebrai ismeretek közötti kapcsolódás elemeinek ismerete: távolság, szög számítása a koordináta-rendszerben, kör és egyenes egyenlete, geometriai feladatok algebrai megoldása.
- Térbeli viszonyok, testek felismerése, geometriai modell készítése.
- Hosszúság, szög, kerület, terület, felszín és térfogat kiszámítása.

Valószínűség, statisztika

- Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében.
- A valószínűség matematikai fogalma, klasszikus kiszámítási módjának alkalmazása.
- Mintavétel és valószínűség kapcsolata, alkalmazása.

A matematikai tanulmányok végére a tanulók önállóan tudjanak megoldani matematikai problémákat.

Kombinatív gondolkodásuk fejlődésének eredményeként legyenek képesek többféle módon megoldani matematikai feladatokat.

Fejlődjön a bizonyítási, diszkussziós igényük olyan szintre, hogy döntési helyzetekben tudjanak reálisan dönteni (pl. gazdasági, pénzügyi kérdésekben).

Feladatmegoldásokban rendszeresen használják a számológépet, elektronikus eszközöket.

Tudjanak a síkban, térben tájékozódni, az ilyen témájú feladatok megoldásához célszerű ábrákat készíteni.

A feladatmegoldások során helyesen használják a tanult matematikai szakkifejezéseket, jelöléseket.

A tanulók váljanak képessé a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára, törekedjenek az önellenőrzésre, legyenek képesek várható eredmények becslésére.

A helyes érvelésre szoktatással fejlődjön a tanulók kommunikációs

készsége.

Rendelkezzenek alapvető matematika kultúrtörténeti ismeretekkel, ismerjék a legnagyobb matematikusok felfedezéseit, legyen rálátásuk a magyar matematikusok eredményeire.