

Helyi tanterv

– négy évfolyamos speciális matematika – heti 6 óra

A középfokú képzés során a matematika tanulása-tanítása tekintetében az egyik legfontosabb feladat a tanuló önálló, rendszerezett, logikus gondolkodásának kialakítása, fejlesztése. A 9. évfolyamtól kezdve a spirális felépítésnek megfelelően – a korábbi képzési szakaszok során megszerzett készségekre, képességekre és ismeretekre alapozva – egyre absztraktabb formában épül fel a matematika belső struktúrája (fogalmak definíciója, tételek, bizonyítások).

Az 1–4. és 5–8. évfolyamos képzés nevelési-oktatási szakaszait jellemző tanuláshoz és tanításhoz képest a 9–12. évfolyamokon fokozatosan hangsúlyosabbá válik a matematika deduktív jellege. Az új fogalmakat, algoritmusokat, ismereteket viszont továbbra is induktív módon, szemléltetéssel, felfedeztetéssel, tanulói tevékenységekre építve, a valósághoz kapcsolva kell bevezetni.

Jól megválasztott problémák tárgyalása során válik a tanulók számára is szükségessé az új fogalmak bevezetése és pontos definiálása. Tanári irányítással a tételek, általános összefüggések is felfedeztetethők a tanulókkal. Ezen folyamat során fejlődik a tanulók szintetizáló és modellalkotó képessége. A felfedezett tételek és összefüggések egy része bizonyítás nélkül is gyarapítja a matematikai eszköztárat. Néhány tétel bizonyítása azonban elengedhetetlen része a matematika tanításának, hiszen a bizonyításokon keresztül mutatható meg a matematika logikus és következetes felépítése. Az új fogalmak megalkotása, az összefüggések, stratégiák felfedezése és az ismereteknek feladatok, problémák megoldása során történő tudatos alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget, a meglévő ismeretek mobilizálásának képességét, valamint a problémamegoldó gondolkodás eltérő típusainak adekvát használatát. Ennek a folyamatnak az eredményeképpen a tanuló meg tudja állapítani adott állítás, tétel érvényességi és alkalmazási körét, megállapításai, állításai mellett logikusan tud érvelni. A matematika tanulásának-tanításának egyik fő célja, hogy fejlődjön a tanuló mérlegelő gondolkodása, az adatok elemzését, szintézisét és értékelését lehetővé tevő készségek és képességek rendszere. A matematikai játékok, logikai feladványok fejlesztik a stratégiaalkotást, az algoritmikus gondolkodást, a kreativitást és a gondolkodás rugalmasságát.

Ebben a nevelési-oktatási szakaszban az ismert számok köre az irracionális számokkal bővül, valamint új műveletek bevezetésére és már ismert műveletek alkalmazásának bővítésére kerül sor a permanenciaelv alapján. Ezen folyamat során a tanuló egyre inkább képes lesz rá, hogy változatos matematikai objektumokat jelölő szimbólumokkal végezzen műveleteket.

A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technika és a humán tanulási területek ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák, a természeti és a gazdasági folyamatok értelmezéséhez és kezeléséhez. Ehhez – több más fogalom mellett – szükséges a függvény fogalmának változatos (nemcsak számhalmazokon értelmezett) példák mentén történő kiterjesztése.

A tanuló a matematika szaknyelvét érti és tudatosan használja. Életkorának megfelelő matematikai, matematikatörténeti szöveget képes önállóan olvasni, értelmezni. Mind írásban, mind szóban képes gondolatait a matematika szaknyelvének szabatos alkalmazásával közölni. A tanuló különböző forrásokat (tankönyv, függvénytáblázat, saját jegyzet, digitális források) használhat az órákon és a számonkérések alkalmával, bizonyos tételek, azonosságok, képletek felidézésére.

A tanuló társaival közösen tervez és hajt végre kooperatív tevékenységeket, projekteket. A közös munkában érvel, képes a vitára, az érvei ütköztetésére. Mérlegeli és kontrollálja mind a társai, mind a saját véleményét.

Ebben az életkorban is érvényesülnie kell a tanuló érdeklődésének, adottságának, absztrakciós szintjének megfelelő differenciálásnak. Ez a differenciálás jelentheti a Nat-ban leírt tananyagtartalmaknak a lehetőségekhez igazított bővítését is.

A tanuló digitális eszközöket, a tanulást, a szemléltetést, a tapasztalatszerzést és a felfedezést segítő szoftvereket, digitális információforrásokat használ, a matematika alkalmazását segítő számítógépes programokat ismer meg. Aktív résztvevője a tanulási-tanítási folyamatnak, ami lehetővé teszi azon kompetenciáinak és tervezési stratégiáinak a fejlődését, amelyek segítik a mai gyorsan változó világban való eligazodást és a különböző élethelyzetekben előforduló problémák megoldását.

A matematika tantárgy a Nemzeti alaptantervben rögzített kulcskompetenciákat az alábbi módon fejleszti:

A tanulás kompetenciái: A matematika tanulása során elengedhetetlen a tananyag alapos és átfogó megértése. A szöveges feladatok megoldása fejleszti az értő olvasás és a releváns információk kiválasztásának készségét. Az általánosítás és az analógiák adekvát használata, több szempont egyidejű figyelembevétel, a rendszerezési képesség, a megszerzett tudás új helyzetekben való alkalmazása elősegítik az aktív, önirányított tanulás kompetenciáinak kialakítását, fenntartását, megerősítését. A matematika tantárgy a matematikai logika és az algoritmikus gondolkodás fejlesztésével, az ok-okozati összefüggések megláttatásával hozzájárul a többi tantárgy tanulásához szükséges rendszerező, összefüggéseket felismerő, ezáltal hatékony önálló tanulási módszerek elsajátításához és megfelelő alkalmazásához is.

A kommunikációs kompetenciák: A matematika fejleszti a tanuló azon képességét, hogy világosan, röviden és pontosan fejezze ki gondolatait. A matematika tanulása során fokozatosan alakul ki a tanuló érvelési és vitakészsége. A szöveges problémák megoldása javítja a szöveg megértésének készségét: a tanulónak meg kell keresnie az információkat és fel kell ismernie egy adott információ jelentőségét a probléma megoldása során. A matematika tanulási folyamatában kialakul a különböző módon (szöveg, grafikon, táblázat, diagram és képlet) bemutatott tartalmak megértésének és alkotásának készségrendszere.

A digitális kompetenciák: A matematika tanulása során hangsúlyos szerepet kap a problémamegoldás és az algoritmikus gondolkodás, melyek elősegítik a tanuló digitális kompetenciáinak fejlesztését. A különböző matematikai tárgyú szoftverek, alkalmazások, applikációk és játékok alkalmazásán keresztül a matematika tanulása hozzájárul a tanuló digitális kultúrájának kialakításához.

A matematikai, gondolkodási kompetenciák: A matematika tanulása során a tanuló gondolkodásának fejlesztése elsősorban konkrét problémák megoldásán keresztül történik. A tanuló előzetes tudása és tapasztalata alapján azonosítja a problémákat, majd ismert matematikai fogalmakra támaszkodva stratégiát dolgoz ki ezek megoldására. Elfogadja, hogy a megoldás több különböző úton is elképzelhető, illetve találkozhat olyan nyitott problémákkal is, amelyeknek több megoldása is lehetséges. Kellő kitartással próbál ki különböző matematikai módszereket, és felismeri azokat a problémákat is, amelyeknek nincs megoldása.

A tanuló mérlegelő gondolkodásának fejlesztése többek között a feladatok megoldása során kapott eredmények elemzésén és értékelésén keresztül történik. A tanuló megtanul inductív úton példákat általánosítani és deduktív érvelést használni a matematikai állítások bizonyítására.

A személyes és társas kapcsolati kompetenciák: A matematika tanulása fejleszti a kitartás, a pontosság, a figyelem és a fegyelmezettesség képességét. A matematika tanulásán keresztül erősödik a tanuló felelősségtudata, gazdagodik az önképe, fejlődik a kooperációs készsége. A tanuló matematikai

ismereteit alkalmazni tudja az egyéni célok eléréséhez szükséges tervezésben, az életét befolyásoló döntései megalapozásában és meghozatalában, a várható következmények mérlegelésében. A matematika tanulása elősegíti annak belátását, hogy a személyes erősségekre építeni, a hibákból pedig tanulni lehet.

A tanuló a matematikai foglalkozások során megtanulja, hogyan oszthatja meg ötleteit másokkal, és hogyan segítheti társait a matematikai fogalmak megértése vagy azok alkalmazása során. Felelősséget vállal a közösen kitűzött feladatok elvégzéséért, s megtanulja tisztelni mások álláspontját, gondolkodásmódját.

A kreativitás, a kreatív alkotás, önkifejezés és kulturális tudatosság kompetenciái: A matematika olyan tudomány, amely összeköti a különböző kultúrákat. A tanuló megismeri a gondolkodás logikai felépítésének eleganciáját, a matematikának a természethez, a művészetekhez és az épített környezethez fűződő viszonyát.

A tanuló konkrét vagy képi reprezentációval vagy szimbolikus modellekkel végzi a matematikai gondolatok vagy kapcsolatok feltárását, majd új kapcsolatokat alakít ki a matematikai fogalmak között.

Munkavállalói, innovációs és vállalkozói kompetenciák: A kompetencia fejlesztése valódi adatok felhasználásával összeállított mindennapi problémák megoldásán keresztül történik. Ennek során a különböző megoldási lehetőségek keresése fejleszti a gondolkodás rugalmasságát és az új ötletek megalkotásának képességét. A tanuló megfelelő játékokon keresztül képessé válik a különböző kockázatok felmérésére, a számára kedvezőnek tűnő stratégia kidolgozására, és megtapasztalja döntései következményét. A matematikai projektekben való részvétel segíti a későbbi munkavállalás szempontjából fontos készségek kialakulását (kreativitás, problémamegoldás, kezdeményezőkézség, másokkal való együttműködés készsége).

A helyi tanterv a „Matematika kerettanterv a gimnáziumok 9–12. évfolyama számára” alapján készült.

9–10. évfolyam

A 9–10. évfolyamon a korábbi képzési szakaszok során megszerzett ismeretekre és kialakított készségekre, képességekre alapozva – a spirális tananyagfelépítést szem előtt tartva – az egyes témakörök új ismeretei matematikai szempontból egyre pontosabb és elvontabb formában jelennek meg a tanulási-tanítási folyamat során. Egyre határozottabb a fogalmak pontos definiálásának, az állítások, tételek indoklásának, bizonyításának, valamint az általánosításnak az igénye. Erre a szakaszra fokozottan jellemző a korábbi és az új ismeretek egységes rendszerbe foglalása, az egyes témakörökön belüli rendszerezés.

Ebben a szakaszban is fontos cél, hogy az ismeretszerzési folyamat során a tanuló – a lehetőségekhez mérten – a tanár által irányított módon, feladatok megoldása mentén maga fedezze fel az összefüggéseket, általánosítási lehetőségeket, megoldási módokat. A kooperatív munkaformák, a csoportmunkában megoldandó projektfeladatok fejlesztik a matematikai kommunikációt. A digitális eszközök, dinamikus szoftverek, online felületek támogatják a szemléltetést, a megértést és a felfedeztetést.

A 9–10. évfolyamon megjelenő témakörök tartalmának egy része folytatása, kiterjesztése és kiegészítése a korábbi szakaszokban is megjelenő tananyagtartalmaknak. Ebben a szakaszban jelennek meg először a valós számok; elsőfokú egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek; másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek; a függvény fogalma, függvénytulajdonságok; a kör és részei. A számelmélet is

viszonylag nagy hangsúlyt kap. Főleg a fizika feladatok megoldása miatt a szögfüggvények is szerepelnek hegyesszögekre, majd definiáljuk a kiterjesztésüket is. A vektorok mint eszközök is fontosabb szerepet kapnak, ezért külön fejezetben szerepelnek. Vannak olyan témakörök, amelyek megjelennek más területek tanítása során is, ezért a tananyag egyes részeihez javasolt óraszámok nem feltétlenül jelentenek időben összefüggő egységet. Az algebrai eszközök és a függvényekkel kapcsolatos ismeretek bővülése lehetővé teszi a hétköznapi vagy matematikai nyelven megfogalmazott problémák és a megoldás során alkalmazott matematikai modellek körének bővülését.

A helyi tanterv a „Matematika kerettanterv a gimnáziumok 9–12. évfolyama számára” alapján készült.

A 9–10. évfolyamon a speciális matematika tantárgy alapóraszámja évfolyamonként heti 6 óra, azaz évente 204 óra. Az új ismeretek a teljes óraszám négyötöd része alatt a legtöbb tanuló számára elsajátíthatók, így a fennmaradó órák felhasználhatók ismétlésre, gyakorlásra, felzárkóztatásra, tehetséggondozásra és számonkérésre. Az esetleges kiegészítő anyagot a „Javasolt tevékenységek, kapcsolódási pontok, matematikatörténet” részben jeleztük.

A témakörök áttekintő táblázata:

Témakör neve	9. évf.	10. évf.
Halmazok	13	2
Matematikai logika	11	5
Kombinatorika, gráfok	0	28
Számhalmazok, műveletek	6	0
Hatvány, gyök	10	10
Betűs kifejezések alkalmazása egyenletmegoldás, függvényábrázolás során	30	0
Arányosság, százalékszámítás	6	0
Számelmélet	15	15
Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek	20	10
Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, szélsőérték-feladatok	0	25
A függvény fogalma, függvénytulajdonságok	19	7
Geometriai alapismeretek	7	0
Háromszögek	28	10
Négyszögek, sokszögek	4	4
A kör és részei	9	18
Transzformációk, szerkesztések	14	12
Vektorok	4	11
Trigonometria	0	21
Leíró statisztika	0	10
Valószínűség-számítás	0	8
Év végi összefoglalás	8	8
Összes óraszám:	204	204

TÉMAKÖR: Halmazok

JAVASOLT ÓRASZÁM: $13 + 2 = 13$ óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat;

Helyi tanterv négy évfolyamos speciális matematika 6 óra

- véges halmazok elemszámát meghatározza;
- alkalmazza a logikai szita elvét.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló

a 9. évf. végére:

- adott halmazt diszjunkt részhalmazaira bont, osztályoz;
- halmazokat különböző módokon megad;
- halmazokkal (számhalmazokkal és ponthalmazokkal is) műveleteket végez, azokat ábrázolja és értelmezi;
- meghatározza egy halmaz részhalmazainak számát;
- két-három-négy halmaz elemszámával kapcsolatos feladatokat old meg logikai szita segítségével.

a 10. évf. végére:

- szemléletes képet fogalmaz meg végtelen halmazokról.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Halmaz közös elem nélküli részhalmazokra bontása, példák ennek alkalmazására a matematikán belül, más tantárgyaknál és a mindennapi életben
 - Halmaz megadása utasítással, elemek felsorolásával
 - Halmazok közötti viszonyok ábrázolása, értelmezése
 - Halmazok metszetének, uniójának, különbségének, komplementerének képzése, ábrázolása és értelmezése
 - Szemléletes kép végtelen halmazokról (A „végtelen szálloda” mint modell)
-
- Pontos definíciók, jelölések használata
 - Szimmetrikus differencia
 - Descartes-szorzat
 - n elemű halmaz részhalmazainak a száma (bizonyítással)
 - Logikai szita formula 4 és több halmazra

FOGALMAK

alaphalmaz, részhalmaz, üres halmaz, halmazok egyenlősége, Venn-diagram; halmazműveletek: unió, metszet, különbség, komplementer halmaz; diszjunkt halmazok, halmaz elemszáma, logikai szita; szimmetrikus differencia, Descartes-szorzat

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK, KAPCSOLÓDÁSI PONTOK, MATEMATIKATÖRTÉNET

- Hétköznapi életből, más tantárgyakból vagy a matematikából vett, konkrétan vagy digitálisan megjelenített alaphalmazból megadott tulajdonságokkal rendelkező elemek válogatása
 - Konkrét részhalmaz esetén a részhalmaz képzési szempontjainak megállapítása
 - A történelem, a művészetek, a tudományok, a sport neves személyiségeinek kitalálása különböző tulajdonságok alapján
 - Barkochba játék
 - Megszámlálhatóan végtelen számosságú halmazok elemei között egyértelmű hozzárendelés felfedeztetése, például a pozitív természetes számok halmazának számossága megegyezik a pozitív páros számok halmazának számosságával
-
- Annak tudatosítása, hogy alaphalmaz nélkül nincs komplementer halmaz
 - Halmaz közös elem nélküli halmazokra bontása (osztályozás) jelentőségének beláttatása

- *Magyar nyelv és irodalom*: mondatok, szavak, hangok rendszerezése
- *Biológia-egészségtan*: halmazműveletek alkalmazása a rendszertanban
- *Kémia*: anyagok csoportosítása
- *Biológia-egészségtan*: élőlények osztályozása; besorolás közös rész nélküli halmazokba
- Matematikatörténet: Georg Cantor

TÉMAKÖR: Matematikai logika

JAVASOLT ÓRASZÁM: 11 + 5 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat;
- megállapítja egyszerű „ha ... , akkor ...” és „akkor és csak akkor” típusú állítások logikai értékét;
- tud egyszerű állításokat indokolni és tételeket bizonyítani.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló

a 9. évf. végére:

- adott állításról eldönti, hogy igaz vagy hamis;
- alkalmazza a tagadás műveletét egyszerű feladatokban;
- ismeri és alkalmazza az „és”, a (megengedő és kizáró) „vagy” logikai jelentését;
- megfogalmazza adott állítás megfordítását;
- helyesen használja a „minden” és „van olyan” kifejezéseket.

a 10. évf. végére:

- bizonyítási módszerek ismerete, a logikai szita és skatulyaelv alkalmazása feladatmegoldás során;
- ismeri a logikai műveletek tulajdonságait, és azokat összeveti a halmazműveletek tulajdonságaival;
- ismeri és alkalmazza az implikáció és az ekvivalencia műveletét.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A matematikai bizonyítás fogalma
- Állítás logikai értékének megállapítása (igaz vagy hamis)
- Állítás tagadásának alkalmazása egyszerű feladatokban
- A „nem”, az „és”, a megengedő „vagy” és a kizáró „vagy” logikai jelentésének ismerete és alkalmazása matematikai és matematikán kívüli feladatokban
- A „minden” és a „van olyan” típusú állítások logikai értékének megállapítása és ennek indoklása egyszerű esetekben
- Adott állítás megfordításának megfogalmazása
- „Ha..., akkor...” és „akkor és csak akkor” típusú egyszerű állítások logikai értékének megállapítása
- Stratégiai és logikai játékok
- A logikai műveletek tulajdonságai
- Összevetés a halmazműveletek tulajdonságaival
- Következtetések

FOGALMAK

tétel, bizonyítás, igaz-hamis; negáció, konjunkció, diszjunkció (kizáró is), implikáció és ekvivalencia művelet

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK, KAPCSOLÓDÁSI PONTOK, MATEMATIKATÖRTÉNET

- „Bírósági tárgyalás”, ahol az osztály tanulói a védők és a vádlók egy állítás indoklására, cáfolására
 - „Mit állít a szigetlakó?”, „Ki volt a tettes, ha...?” típusú feladatok eljátszása, megoldása csoportmunkában
 - Logikai készséget fejlesztő játékok, például „Einstein-fejtörő”
 - Stratégiai játékok, például egyszerű NIM játékok, táblás játékok
 - Tudatos pénzügyi tervezést segítő játékok
-
- Matematikai és más jellegű érvelésekben a logikai műveletek felfedezése
 - Matematikai tartalmú (nem tudományos jellegű) szöveg értelmezése
 - Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás megkülönböztetése
 - Példák a hétköznapiakból helyes és helytelenül megfogalmazott következtetésekre
 - *Matematikatörténet*: Pólya György, George Boole
 - Konstrukciók. Lehetetlenségi bizonyítások
 - Adott tulajdonságú halmazok konstruálása
 - Ábrák színezése, lefedése adott feltételek szerint
 - Annak indoklása, hogy valamely konstrukció nem hozható létre (invariáns mennyiség keresése)
 - Állapotfüggvényes feladatok
 - A logikai áramkörök elméletének elemei

TÉMAKÖR: Kombinatorika, gráfok

JAVASOLT ÓRASZÁM: 0 + 28 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
- megold sorba rendezési és kiválasztási feladatokat;
- konkrét szituációkat szemléltet és egyszerű feladatokat megold gráfok segítségével;
- véges halmazok elemszámát meghatározza;
- alkalmazza a logikai szita elvét.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló

a 10. évf. végére:

- alkalmazza feladatok megoldásában az ismétlés nélküli és az ismétléses permutációt, variációt, kombinációt;
- ismeri a binomiális együtthatók alapvető tulajdonságait;
- tudja bizonyítani és alkalmazni a binomiális tételt;
- ismeri és alkalmazza a Pascal háromszöget;
- használja, hogy a fokszaomok összege az élek számának kétszerese;

- ismeri a fa pontjai és élei száma közötti összefüggést;
- használja, hogy a fagráf minimális összefüggő, illetve maximális körmentes gráf.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Hétköznapi helyzetekhez kapcsolódó sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása rendszerezéssel
- Sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása matematikai problémákban
- Esetszétválasztás és szorzási elv alkalmazása feladatok megoldásában
- Összeszámlálási modellek alkalmazása feladatok megoldásában
- Permutáció – ismétlés nélkül és ismétléssel
- Variáció – ismétlés nélkül és ismétléssel
- Kombináció – ismétlés nélkül és ismétléssel
- Jelek használata: $n!$, $\binom{n}{k}$
- Binomiális együtthatók, egyszerű tulajdonságaik
- Pascal-háromszög és tulajdonságai
- Binomiális tétel
- Gráfok alkalmazása konkrét hétköznapi és matematikai szituációk szemléltetésére, feladatok megoldására
- A foksámok összege és az élek száma közötti összefüggés
- Összefüggőség, komponensek, komplementer gráf (a gráf vagy komplementere összefüggő)
- Fagráf (minimális összefüggő, maximális körmentes)

FOGALMAK

Permutáció, variáció, kombináció (ismétlés nélkül és ismétléssel), gráf, gráf csúcsa, gráf éle, többszörös él, hurokél, egyszerű gráf, izomorf gráfok. Összefüggő gráf, komponensek, Vonalak, körök, utak (séta, vonal, út, kör, Euler-vonal, Euler-körvonallal)

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK, KAPCSOLÓDÁSI PONTOK, MATEMATIKATÖRTÉNET

- Sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása rendszerezett leszámolással és a szorzási és/vagy esetszétválasztási elv alkalmazásával
 - Geometriai eszközök használata kombinatorikai problémák megoldására
 - Néhány feltételt tartalmazó tanulói órarend készítése kis elemszámmal
 - Azonos modellen alapuló, de különböző megfogalmazású feladatok megoldása
 - Szorzat vagy összeg alakban megadott eredményű kombinatorika feladatokhoz saját szöveg írása
 - Téves megoldású kombinatorikafeladatokban a hiba megtalálása és a tévedés kijavítása
 - Sorba rendezési feladatok megoldásának szemléltetése gráffal
 - Adott gráfhoz hozzáillő feladatszöveg alkotása és „feladatküldés” csoportmunkában
-
- *Magyar nyelv és irodalom*: periodicitás, ismétlődés és kombinatorika mint szervezőelv poetizált szövegekben
 - *Kémia*: molekulák térszerkezete
 - *Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek*: pl. családfa
 - *Technika, életvitel és gyakorlat*: közlekedés
 - *Matematikatörténet*: Blaise Pascal, Erdős Pál
 - Néhány kombinatorikus geometriai feladat

- n pont maximum hány egyenest határoz meg?
- n egyenesnek maximum hány metszéspontja lehet?
- n egyenes maximum hány részre osztja a síkot?
- Permutációk ábrázolása gráffal; osztók fája; részhalmazok ábrázolása bináris fákkal; leszámolási feladatok megoldása fákkal
- Páros gráf
- Hamilton-kör, Hamilton-út
- Ismerkedés síkba rajzolható gráfokkal
- Egyszerű Ramsey-típusú feladatok konkrét, kis számokra

TÉMAKÖR: Számhalmazok, műveletek

JAVASOLT ÓRASZÁM: 6 + 0 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásait a természetes számoktól a valós számokig;
- ismer példákat irracionális számokra.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló

a 9. évf. végére:

- a kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás műveleti azonosságokat helyesen alkalmazza különböző számolási helyzetekben;
- racionális számokat tizedes tört és közös nevezőes tört alakban is felír;
- ismeri a valós számok és a számegyenes kapcsolatát;
- ismeri és alkalmazza az abszolút érték, az ellentett és a reciprokok fogalmát;
- a számolással kapott eredményeket nagyságrendileg megbecsüli, és így ellenőrzi az eredményt;
- valós számok közelítő alakjaival számol, és megfelelően kerekít.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{Q}^*, \mathbb{R}$
- Műveleti azonosságok (kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás), zárójelek helyes használata
- Mely műveletek vezetnek ki az egyes számhalmazokból?
- Tizedes törtek átírása közös nevezőes tört alakba és viszont
- Irracionális számok szemléltetése
- A racionális számok halmaza nem elegendő a számegyenes pontjainak jelölésére
- Irracionális szám kétoldali közelítése racionális számokkal.
- Nyílt és zárt intervallumok fogalmának ismerete és alkalmazása
- Számok abszolút értékének, ellentettjének és reciprokának meghatározása
- Számológéppel elvégzett számítások eredményének előzetes becslése és nagyságrendi ellenőrzése
- Valós számok adott jegyre kerekítése
- Valós számok gyakorlati helyzetekben történő észszerű kerekítése

FOGALMAK

racionális szám, irracionális szám, valós szám, nyílt intervallum, zárt intervallum, abszolút érték, ellentett, reciprok

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK, KAPCSOLÓDÁSI PONTOK, MATEMATIKATÖRTÉNET

- A számológép helyes használatának elsajátítása, például műveleti sorrend, zárójelek
 - Írásban elvégzett műveletek ellenőrzése számológéppel
 - Célszám megközelítése adott számjegyekkel, műveleti jelek és zárójelek használatával
 - Tanulói kiselőadás a helyi értékes számírás kialakulásáról, a számjegyek kialakulásának történetéről
 - A tanteremben vagy a tanterem környezetében végzett mérések esetén a megfelelő kerekítés alkalmazása
 - Adott mérés elvégzése esetén a mérési hiba következményeinek vizsgálata
-
- Annak tudatosítása, hogy az intervallum végtelen halmaz
 - Az abszolút érték új definíciója egyenértékű a távolsággal adott definícióval

TÉMAKÖR: Hatvány, gyök

JAVASOLT ÓRASZÁM: 10 + 10 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és alkalmazza a racionális kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló

a 9. évf. végére:

- ismeri és alkalmazza az egész kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait;
- ismeri és alkalmazza a normálalak fogalmát;
- ismeri és alkalmazza a négyzetgyök fogalmát és azonosságait;
- a négyzetgyök azonosságait használja a gyökjel alól kivitelre, a gyökjel alá bevitelre, a nevező gyöktelenítésére.

a 10. évf. végére:

- ismeri és alkalmazza az n -edik gyök fogalmát;
- ismeri és alkalmazza az n -edik gyök azonosságait.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Valós számok hatványozása pozitív egész kitevőre
- Hatványozás 0 és negatív egész kitevőre
- A hatványozás azonosságainak megfigyelése, felfedezése
- A hatványozás azonosságainak bizonyítása pozitív egész kitevő esetén
- Számok normálalakja
- Számolás normálalak segítségével számológéppel is
- A négyzetgyök definíciója
- Nemnegatív számok négyzetgyökének megadása számológép segítségével

- A négyzetgyökvonás azonosságai (kivétel a gyökjel alól, bevétel a gyökjel alá, nevező gyöktelenítése)
- \sqrt{n} irracionális, ha n nem négyzetszám
- n -edik gyök és azonosságai
 - Páros és páratlan gyökkitevő
 - Bevétel a gyökjel alá. Kivétel a gyökjel alól
 - az n -edik gyök függvény ábrázolása páros és páratlan kitevőre

FOGALMAK

hatványalap, hatványkitevő, normálalak, négyzetgyök, n -edik gyök

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK, KAPCSOLÓDÁSI PONTOK, MATEMATIKATÖRTÉNET

- Projektmunka: hányszor lehet félbehajítani egy nagyméretű papírt? Keresés az interneten, kísérlet végzése például egy teljes guriga vécépapírral
- Internetes forrásból származó, nagyon kicsi vagy nagyon nagy számokat tartalmazó cikkek valóságtartalmának megállapítása páros vagy csoportmunkában

TÉMAKÖR: Betűs kifejezések alkalmazása egyenletmegoldás, függvényábrázolás során

JAVASOLT ÓRASZÁM: 30 + 0 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló

a 9. évf. végére:

- műveleteket végez algebrai kifejezésekkel;
- ismeri és alkalmazza az alább felsorolt algebrai azonosságokat;
- átalakít algebrai kifejezéseket összevonás, szorzattá alakítás, nevezetes azonosságok alkalmazásával;
- másodfokú polinomot átalakít teljes négyzetté kiegészítéssel;
- polinomot maradékosan oszt.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Műveletek egyszerű algebrai kifejezésekkel: összeadás, kivonás, szorzás, osztás, egytagú kifejezések hatványa
- Műveleti azonosságok ismerete és alkalmazása egyenletek megoldása során
- Az $(a \pm b)^2$, $(a + b)(a - b)$, $(a + b + c)^2$, $a^3 \pm b^3$, $a^n - b^n$, $a^{2k+1} + b^{2k+1}$ kifejezésekre vonatkozó nevezetes azonosságok ismerete és alkalmazása (például oszthatósági feladatokban, egyenletek megoldásában, függvények ábrázolásában)
- Egyszerű másodfokú polinom átalakítása teljes négyzetté kiegészítéssel
- Algebrai kifejezések átalakítása összevonás, szorzattá alakítás, nevezetes azonosságok alkalmazásával
- Az algebrai tört fogalmának ismerete, műveletek algebrai törtekkel
- Polinomok maradékos osztása
- Kifejezések legnagyobb közös osztója, legkisebb közös többszöröse

FOGALMAK

összeg, tag, szorzat, tényező, egynemű kifejezés, együttható, teljes négyzet, polinom

algebrai tört

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK, KAPCSOLÓDÁSI PONTOK, MATEMATIKATÖRTÉNET

- „Gondolj egy számra, és én kitalálom” játék, matematikai bűvésztrükkök algebrai magyarázata
- Algebrai kifejezésekkel végzett műveletek geometriai modellezése
- A nevezetes azonosságok geometriai megjelenítése
- Számolási „trükkök” a nevezetes azonosságok segítségével, például kétjegyű számok négyzetének, $99 \cdot 101$ típusú szorzat eredményének kiszámolása fejben, vagy annak gyors eldöntése, hogy prímszám-e a 3599?
- *Fizika; kémia*: mennyiségek kiszámítása képlet alapján, képletek átrendezése
- *Matematikatörténet*: algebra – Al-Hvarizmi

TÉMAKÖR: Arányosság, százalékszámítás

JAVASOLT ÓRASZÁM: 6 + 0 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
- ismeri és alkalmazza a százalékalap, -érték, -láb, -pont fogalmát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló

a 9. évf. végére:

- ismeri és alkalmazza az egyenes és a fordított arányosságot;
- Százalékszámítással kapcsolatos alapvető feladatok megoldása.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Az egyenes és a fordított arányosság fogalmának ismerete és alkalmazása gyakorlati problémák megoldása során
- Az egyenes és a fordított arányosság grafikonjának felismerése és elkészítése
- Példák az egyenes és a fordított arányosságtól különböző arányosságokra (négyzetes, gyökös)
- Példák egy irányban vagy ellentétes irányban változó mennyiségpárookra a mindennapi életből
- Százalékszámítással kapcsolatos hétköznapi helyzetekhez (például háztartási bevételekhez, kiadásokhoz, pénzügyi fogalmakhoz, gazdasági folyamatokhoz) és más tantárgyakhoz köthető feladatok megoldása

FOGALMAK

egyenes arányosság, fordított arányosság, százalékalap, százaléérték, százalékláb

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK, KAPCSOLÓDÁSI PONTOK, MATEMATIKATÖRTÉNET

- Összetett, valódi élethelyzetekkel kapcsolatos feladatok megoldása csoportmunkában, szükség esetén grafikon segítségével
- Háztartási számlák elemzése az azokon megjelenő egységárak és fizetendő összegek figyelembevételével

TÉMAKÖR: Számelméleti ismeretek, számhalmazok épülése

JAVASOLT ÓRASZÁM: 15 + 15 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

a 9. évf. végére:

- ismeri és alkalmazza az oszthatóság alapvető fogalmait;
- összetett számokat felbont prímszámok szorzatára;
- meghatározza két természetes szám legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét, és alkalmazza ezeket egyszerű gyakorlati feladatokban;
- ismeri és alkalmazza az oszthatósági szabályokat;
- érti a helyi értékes írásmódot 10-es és más alapú számrendszerekben;
- ismeri a számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásait a természetes számoktól a valós számokig;
- ismer példákat irracionális számokra.

a 10. évf. végére:

- nehezebb oszthatósági feladatot több módszerrel is megold;
- egyszerűbb diofantoszi egyenletet tud megoldani;
- lineáris törtet vizsgál, hogy mikor egész;
- ismeri és használja a pitagoraszi számhármak képletét.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása a prímtényezősz felbontásból, az euklideszi algoritmus
- Összetett oszthatósági szabályok alkalmazása
- Számolás osztási maradékokkal (például összeg, szorzat, hatvány maradéka)
- Négyzetszámok osztási maradékai
- „Miért nem négyzetszám?”
- Számok felírása 10-estől különböző alapú számrendszerben
- Az egész számok, a véges tizedes törtek, a végtelen szakaszos tizedes törtek és a racionális számok kapcsolata
- A számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásai a természetes számoktól a valós számokig
- Végtelen nem szakaszos tizedes törtek ismerete
- Példák irracionális számokra
- Számhalmazok műveleti zártsága
- A $\sqrt{2}$ irracionalitásának bizonyítása
- A számelmélet alaptétele
- Teljes indukció alkalmazása oszthatósági feladatokban
- Végtelen sok prímszám van (bizonyítással)
- Tökéletes számok
- Néhány további tétel és sejtés a prímszámok elhelyezkedéséről
- Diofantoszi egyenletek
- Pitagoraszi számhármak
- Egész együtthatós polinom egész és racionális gyökei

FOGALMAK

természetes szám, egész szám, racionális szám, irracionális szám, valós szám, relatív prímek

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK, KAPCSOLÓDÁSI PONTOK, MATEMATIKATÖRTÉNET

- Oszthatósággal kapcsolatos „bűvésztükkök” bemutatása
 - Számrendszerek segítségével megoldható rejtvények
 - Tanulói kiselőadás a 10-estől különböző alapú számrendszerek használatáról a múltban és ennek mai napig tartó hatásairól
 - Tanulói kiselőadás számelméleti érdekességekről, például tökéletes számok és barátságos számpárok, prímszámok, jelenleg ismert legnagyobb prím, titkosítás
 - Halmazábra elkészítése a számhalmazokról
 - \sqrt{n} hosszú szakasz szerkesztési eljárásának bemutatása
-
- *Matematikatörténet:* Neumann János.
 - *Fizika; kémia; biológia-egészségtan:* tér, idő, nagyságrendek – méretek és nagyságrendek becslése és számítása az atomok méreteitől az ismert világ méretéig; szennyezés, környezetvédelem.
 - *Informatika:* nagy prímek szerepe a titkosításban
 - *Matematikatörténet:* Diophantos, Eukleidész, Eratoszthenész, Euler, Fermat
 - A maradékos osztás tétele, Euklideszi algoritmus
 - Osztók számának, összegének és szorzatának meghatározása prímtényező felbontásból
 - Euler-féle φ függvény
 - Euler-Fermat-tétel, Kis-Fermat-tétel és alkalmazásaik
 - Kongruenciák és tulajdonságai
 - Maradékosztályok
 - Wilson-tétel
 - Néhány speciális prím (Mersenne-prímek, Fermat-prímek)

TÉMAKÖR: Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek

JAVASOLT ÓRASZÁM: 20 + 10 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
- a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg válaszát;
- felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot;
- egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékkészlet-vizsgálattal ellenőrzi.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló

a 9. évf. végére:

- ismeri és alkalmazza a következő egyenletmegoldási módszereket: mérlegelv, grafikus megoldás, szorzattá alakítás;
- megold elsőfokú egyismeretlenes egyenleteket és egyenlőtlenségeket.

a 10. évf. végére:

- abszolút értéket tartalmazó egyenlőtlenségeket algebrai és grafikus úton is tud megoldani;
- a grafikus megoldással tetszőleges pontossággal tud megoldást keresni;
- egyenlőtlenséggel jellemzett ponthalmazt ábrázol;
- megold abszolútértéket tartalmazó egyenleteket;
- megold elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszereket.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Elsőfokú egyenletre, egyenlőtlenségre, egyenletrendszerre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése
- Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése
- A problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása
- A kiválasztott modellben a probléma megoldása
- A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti problémába visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve
- Alaphalmaz, megoldáshalmaz fogalmának ismerete
- Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet és egyenlőtlenség megoldása mérlegelvel és grafikusan
- Elsőfokú egyenlettel, egyenlőtlenséggel, egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok megoldása (például út-idő-sebesség, közös munkavégzés, keveréses feladatok, pénzügyi és gazdasági tematikájú feladatok)
- Egyszerű abszolútértékes egyenlet megoldása algebrai és grafikus úton
- Egyenletek ekvivalenciája
- Törtös egyenletek, egyenlőtlenségek (tört értéke mikor nulla, pozitív, negatív?)
- Több abszolút értéket tartalmazó egyenletek
- Abszolút értéket tartalmazó egyenletek, egyenlőtlenségek (algebrai és grafikus megoldás)
- Elsőfokú paraméteres egyenletek és egyenlőtlenségek
- Elsőfokú egyenletrendszerek megoldása
 - behelyettesítő módszer
 - grafikusan
 - egyenlő együtthatók módszere
 - új ismeretlen bevezetése
- Elsőfokú paraméteres egyenletrendszerek
- Egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok

FOGALMAK

alaphalmaz, megoldáshalmaz, mérlegelv

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK, KAPCSOLÓDÁSI PONTOK, MATEMATIKATÖRTÉNET

- Szöveges feladatok megoldása több különböző úton, a különböző megoldások összehasonlítása előnyök és hátrányok szempontjából
- Hiányos, túlhatározott, illetve ellentmondó adatokat tartalmazó problémák vizsgálata

- Nyílt végű problémák megoldása
 - Adott egyenlethez szöveges feladat alkotása és „feladatküldés” csoportmunkában
 - Digitális eszköz használata egyenletek, egyenlőtlenségek és egyenletrendszerek grafikus megoldása során; a digitális eszközzel történő ábrázolás előnyeinek és hátrányainak megbeszélése
-
- Különböző módszerek alkalmazása ugyanarra a problémára egyenletrendszereknél (behelyettesítő módszer, ellentett együtthatók módszere)
 - *Fizika*: kinematika, dinamika
 - *Fizika*: a mérés hibája
 - *Kémia*: oldatok összetétele

TÉMAKÖR: Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, szélsőérték-feladatok

JAVASOLT ÓRASZÁM: 0 + 25 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
- a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg válaszát;
- felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot;
- egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékészlet-vizsgálattal ellenőrzi.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló

a 10. évf. végére:

- megold másodfokú egyismeretlenes egyenleteket és egyenlőtlenségeket; ismeri és alkalmazza a diszkriminánst, a megoldóképletet és a gyöktényező alakot;
- megold másodfokúra visszavezethető egyenleteket;
- szélsőértékproblémákat old meg másodfokú függvények, illetve közepek alkalmazásával.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Másodfokú egyenletre, egyenlőtlenségre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése
- Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése
- A problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása
- A kiválasztott modellben a probléma megoldása
- A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti problémába visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve
- Egyenletek megoldása ekvivalens átalakításokkal
- Másodfokú egyenlet megoldása szorzattá alakítással, teljes négyzetté kiegészítéssel, megoldóképlettel (számológép használata) és grafikusán
- Másodfokú egyenlőtlenség megoldása grafikusán

- Másodfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok megoldása
- Négyzetgyökös egyenletek megoldása
- A másodfokú egyenlet diszkriminánsának előjele és az egyenlet megoldásainak száma közötti összefüggés ismerete
- Egyszerű másodfokú egyenletrendszerek megoldása
- Egyszerű törtes egyenletek megoldása
- Két pozitív szám számtani és mértani közepe közötti összefüggés ismerete, alkalmazása
- Másodfokú szélsőérték-feladatok megoldása
- Gyöktényezős alak, Viète-formulák.
- Másodfokúra visszavezethető egyenletek (új ismeretlen bevezetése)
- Racionális gyökök keresése Viète-formulák segítségével
- Számtani, mértani, négyzetes és harmonikus közép, hatványközép, és a köztük lévő egyenlőtlenség. (Algebrai bizonyítás két és több tagra.)
- Szélsőérték-feladatok közepek segítségével
- Másodfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok
- Másodfokú egyenlőtlenségek
- Másodfokú egyenletrendszer
- Gyökös egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek
 - Ekvivalens és nem ekvivalens egyenletmegoldási lépések
 - Hamis gyök, gyökvesztés
- Paraméteres másodfokú és másodfokúra visszavezethető egyenletek, egyenlőtlenségek
 - Szimmetrikus együtthatójú egyenletek

FOGALMAK

másodfokú egyenlet megoldóképlete, diszkrimináns, gyöktényezős alak, ekvivalens átalakítás számtani közép, mértani közép

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK, KAPCSOLÓDÁSI PONTOK, MATEMATIKATÖRTÉNET

- Másodfokú egyenlet megoldása konkrét együtthatókkal és paraméterekkel, a lépéseket párhuzamosan végezve
 - Digitális eszköz használata egyenletek, egyenlőtlenségek grafikus megoldása során
 - Tanulói kiselőadás tartása magasabb fokú egyenletek megoldásának történetéről, érdekességeiről
-
- Hétköznapi életből vett és matematikai szélsőérték-problémák megoldása több módszerrel (függvényábrázolással, algebrai átalakítással, számtani-mértani közép segítségével)
 - *Fizika*: fonálinga lengésideje, rezgésidő számítása, egyenletesen gyorsuló mozgás kinematikája
 - *Matematikatörténet*: részletek a harmad- és ötödfokú egyenlet megoldásának történetéből.
 - Másodfokú egyenlőtlenség megoldása grafikusan számítógépes program segítségével
 - Gyökös egyenleteknél hamis gyökök
 - *Matematikatörténet*: magasabb fokú egyenletek megoldhatósága. Cardano, Galois, Abel.
 - Magasabb fokú egyenletek
 - Bezout tétele
 - Gyökök és együtthatók közti összefüggés
 - Horner-elrendezés

TÉMAKÖR: A függvény fogalma, függvénytulajdonságok

JAVASOLT ÓRASZÁM: 19 + 7 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- képlettel adott függvényt hagyományosan és digitális eszközzel ábrázol;
- adott értékészletbeli elemhez megtalálja az értelmezési tartomány azon elemeit, amelyekhez a függvény az adott értéket rendeli.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló

a 9. évf. végére:

- megad hétköznapi életben előforduló hozzárendeléseket;
- adott képlet alapján helyettesítési értékeket számol, és azokat táblázatba rendezi;
- táblázattal megadott függvény összetartozó értékeit ábrázolja koordináta-rendszerben;
- felrajzolja a lineáris, az abszolútérték, a lineáris törtfüggvény és a másodfokú függvény grafikonját;
- Tetszőleges függvényt transzformál ($f(x) + c$, $cf(x)$, $f(x + c)$, $f(cx)$);
- ezen függvények a grafikonjairól megállapítja függvények alapvető tulajdonságait (ÉT, ÉK, zérushely, szélsőértékek, monotonitás, korlátosság, periodicitás, paritás).

a 10. évf. végére:

- felrajzolja az előjel-, egészrész-, törtrészfüggvény grafikonját;
- felrajzolja, jellemzi, transzformálja a négyzetgyökfüggvény grafikonját ($f(cx + d)$);
- felrajzolja és jellemzi az n -edik gyök függvény grafikonját;
- megadott függvényekből tud összetett függvényt képezni, függvény inverzét venni.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Hétköznapi hozzárendelések megfigyelése, tulajdonságainak megfogalmazása: egyértelmű, kölcsönösen egyértelmű
- Függvény megadása, alapvető függvénytani fogalmak ismerete
- Függvényértékek meghatározása és táblázatba rendezése
- Függvények ábrázolása táblázat alapján
- Függvények alkalmazása valós, hétköznapi helyzetek jellemzésére, gyakorlati problémák megoldására
- A grafikon alapján a függvény értelmezési tartományának, értékészletének, minimumának, maximumának és zérushelyének megállapítása, a növekedés és fogyás leolvasása
- Lineáris függvények (lineáris kapcsolatok felfedezése a hétköznapi életben)
- Másodfokú függvény (teljes négyzetté kiegészítés)
- Fordított arányosságot leíró elsőfokú törtfüggvény (elemi függvények) grafikonja, tulajdonságai
- Négyzetgyökfüggvény
- Abszolútérték függvény (több abszolútértéket tartalmazók is)
- Egészrész-, törtrész-, előjelfüggvény, Dirichlet-függvény
- Periodicitás, paritás
- Függvény korlátossága; szupremum, infimum
- Elemi függvényekkel egyszerű függvénytranszformációs lépések végrehajtása: $f(x) + c$, $f(x + c)$, $c \cdot f(x)$, $|f(x)|$, $f(|x|)$, $f(cx)$ és $f(cx + d)$ (A transzformációk rendszerezése, transzformációs sorrend)

- Függvények hozzárendelési utasításának leolvasása grafikon alapján
- Egyszerű függvények esetén az $f(x) = c$ alapján x meghatározása és ennek alkalmazása gyakorlati problémák megoldása során
- Összetett függvények
- Injektív, szürjektív, bijektív leképezések
- Függvények inverze

FOGALMAK

egyértelmű hozzárendelés, kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés, értelmezési tartomány, képhalmaz, értékészlet, helyettesítési érték, szélsőérték, zérushely, növekedés, fogyás

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK, KAPCSOLÓDÁSI PONTOK, MATEMATIKATÖRTÉNET

- Összetett, valódi helyzetekkel, például demográfiai kérdésekkel, pénzügyi feladatokkal kapcsolatos grafikonok elemzése csoportmunkában
 - Hétköznapi helyzetekben időben változó folyamatokkal kapcsolatos mérések végzése és a mért adatok ábrázolása koordináta-rendszerben (például hőmérséklet)
 - A tanulók mindennapi életéhez kapcsolódó grafikonok ábrázolása és elemzése (például út-idő grafikon az iskolába való eljutásról)
 - Egyszerű, másodfokú függvénnyel jellemezhető, gyakorlati helyzethez köthető szélsőérték-feladatok megoldása csoportmunkában, például adott hosszúságú spárgával bekeríthető maximális területű téglalap adatainak mérése, megfigyelése
 - Függvények ábrázolása digitális eszköz segítségével
 - Barkochba játék a függvényekkel kapcsolatos fogalmak használatával
 - Szöveges feladatok megoldása grafikus úton
 - Algebrai úton nem vagy nehezen megoldható egyenletek közelítő megoldása grafikus úton digitális eszköz segítségével
-
- *Fizika:* ideális gáz, izoterma (a fordított arányosságnál)

TÉMAKÖR: Geometriai alapismeretek

JAVASOLT ÓRASZÁM: 7 + 0 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és feladatmegoldásban alkalmazza a térelemek kölcsönös helyzetét, távolságát és hajlásszögét;
- felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot;
- tisztában van az alapfogalmak és az axiómák jelentőségével.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló

a 9. évf. végére:

- ismeri és használja a pont, egyenes, sík (térelemek) és szög fogalmát;
- ismeri és alkalmazza a nevezetes szögpárok tulajdonságait;
- ismeri az alapszerkesztéseket, és ezeket végre tudja hajtani hagyományos vagy digitális eszközzel;

- ismeri a szakaszfelező merőlegest és a szögfelezőt mint bizonyos tulajdonságú ponthalmazokat;
- megold szerkesztési feladatokat.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Két pont, pont és egyenes, két egyenes távolságának alkalmazása a síkban
- Egyenesek kölcsönös helyzetének ismerete és alkalmazása
- Nevezetes szög párok tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: pótszögek, mellékszögek, kiegészítő szögek, csúcpszögek, egyállású szögek, váltószögek
- A szakaszfelező merőleges és a szögfelező mint ponthalmazok tulajdonságainak ismerete
- Dinamikus geometriai szoftver alkalmazásának előkészítése, használata
- Alapszerkesztések végrehajtása hagyományos vagy digitális eszközzel euklideszi módon: szakaszfelező merőleges, szögfelező, merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése, szög másolása
- Geometriai alapfogalmak, axiómák
- Tételek; kölcsönös helyzete, távolsága, szöge síkban és térben
- Nevezetes ponthalmazok rendszerezése
 - adott térelemtől adott távolságra lévő pontok halmaza – síkban és térben
 - két térelemtől egyenlő távolságra lévő pontok halmaza – síkban és térben
 - parabola, ellipszis, hiperbola
- Két vagy három feltételnek megfelelő ponthalmazok szerkesztése

FOGALMAK

pont, egyenes, sík, szögtartomány, hajlásszög, párhuzamos, merőleges, pótszögek, mellékszögek, kiegészítő szögek, csúcpszögek, egyállású szögek, váltószögek, szakaszfelező merőleges, szögfelező

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK, KAPCSOLÓDÁSI PONTOK, MATEMATIKATÖRTÉNET

- Az osztályteremben vagy a terem környezetében „egyenesek” kölcsönös helyzetének megadása, ezek távolságának megmérése
- Számszerű adatként csak a méretarányt tartalmazó térkép alapján valódi távolságok meghatározása, becslése
- Számszerű adatként csak méretarányt tartalmazó térképen adott helységektől (közelítőleg) egyenlő távolságra levő helységek megkeresése

TÉMAKÖR: Háromszögek

JAVASOLT ÓRASZÁM: 28 + 10 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;
- ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
- sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát;
- kiszámítja háromszögek területét.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló

a 9. évf. végére:

- ismeri és alkalmazza a háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei közötti kapcsolatokat; a speciális háromszögek tulajdonságait;
- ismeri és alkalmazza a háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó fogalmakat és tételeket;
- ismeri a háromszögek egybevágóságának alapeseteit;
- a háromszögek egybevágóságát alkalmazza tételek bizonyításában, feladatok megoldásában;
- ismeri a háromszög területére vonatkozó $T = rs$, $T = r_a(s - a)$ képletet és a Heron-képletet;
- ismeri és alkalmazza a Pitagorasz-tételt és megfordítását;
- ismeri a paralelogramma-tételt és a háromszög súlyvonalképletét.

a 10. évf. végére:

- ismeri a háromszögek hasonlóságának alapeseteit;
- a háromszögek hasonlóságát alkalmazza tételek bizonyításában, feladatok megoldásában;
- alkalmazza a befogótételt és magasságtételt.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A háromszögek csoportosítása oldalak és szögek szerint
- Az alapvető összefüggések ismerete és alkalmazása háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei között
- Speciális háromszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: szabályos, egyenlő szárú, derékszögű háromszög
- A háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó fogalmak, tételek ismerete és alkalmazása: oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, körülírt, illetve beírt kör
- Az oldalfelező merőlegesek és a belső szögfelezők metszéspontjára vonatkozó tétel bizonyítása
- Háromszög hozzáírt körei
- Középvonalak (négyzetek középvonalai is). Varignon-tétel
- Magasságok – magasságpont
- Súlyvonalak – súlypont
- A Pitagorasz-tétel és megfordításának ismerete és alkalmazása
- A Pitagorasz-tétel bizonyítása
 - Mikor hegyesszögű, illetve tompaszögű a háromszög?
 - Paralelogramma-tétel, súlyvonalképlet
 - Négyzet átlói merőlegességének a feltétele
 - Heron-képlet
- Háromszög területének kiszámítása, a hozzáírt körrel kapcsolatos területképlet is
- A magasságtétel és a befogótétel alkalmazása a nevezetes közepek megszerkesztésére és a köztük fennálló egyenlőtlenségek bizonyítására

FOGALMAK

szabályos háromszög, egyenlő szárú háromszög, derékszögű háromszög, oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, körülírt kör, beírt kör

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK, KAPCSOLÓDÁSI PONTOK, MATEMATIKATÖRTÉNET

- A háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó tételek felfedeztetése szerkesztéssel vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával, páros vagy csoportmunkában

- Konkrét alakzatok átdarabolása más alakzattá páros vagy csoportmunkában
- A derékszögű háromszög oldalaira szerkesztett négyzetek átdarabolása a Pitagorasz-tételnek megfelelő módon, pitagoraszi tangramok vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával
- A magasságtétel és a befogótétel alkalmazása a nevezetes közepek megszerkesztésére és a köztük fennálló egyenlőtlenségek bizonyítására
- Két pont távolsága a koordináta-síkon (a koordináta-geometria előkészítése)
- *Matematikatörténet*: Pitagorasz
- Ceva és Menelaosz tétele

TÉMAKÖR: Négyszögek, sokszögek

JAVASOLT ÓRASZÁM: 4 + 4 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;
- ismeri a hosszúság, terület, térfogat, úrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
- sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát;
- ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket kiszámítja;
- átdarabolással kiszámítja sokszögek területét.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló

a 9. évf. végére:

- ismeri és alkalmazza a szabályos sokszög fogalmát; kiszámítja a konvex sokszög belső és külső szögeinek összegét, átlóinak számát
- ismeri a paralelogramma néhány karakterisztikus tulajdonságát.

a 10. évf. végére:

- speciális négyszögek (trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet) tulajdonságainak ismerete, területének kiszámítása;
- ismeri a négyszögek egybevágóságának és hasonlóságának feltételeit, ezeket alkalmazza.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Speciális négyszögek (trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet) tulajdonságainak ismerete, területének kiszámítása
- Konvex sokszögeknél az átlók számára, a belső és külső szögösszegre vonatkozó tételek ismerete, bizonyítása és alkalmazása
- Szabályos sokszög fogalmának ismerete
- Szabályos sokszög területe átdarabolással

FOGALMAK

trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet, konvex sokszög, szabályos sokszög

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK, KAPCSOLÓDÁSI PONTOK, MATEMATIKATÖRTÉNET

- Különböző típusú speciális négyszögek területének meghatározására vonatkozó formula felfedeztetése átdarabolással

- A belső és a külső szögösszegre vonatkozó tételek felfedeztetése, illusztrálása átdarabolással, hajtogatással vagy dinamikus geometriai szoftver segítségével
- Projektmunka: lakás/iskola alaprajzának elkészítése méretarányosan

TÉMAKÖR: A kör és részei

JAVASOLT ÓRASZÁM: 9 + 18 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;
- ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
- sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg választát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló

a 9. évf. végére:

- ki tudja számolni a kör és részeinek kerületét, területét;
- ismeri a kör érintőjének fogalmát, kapcsolatát az érintési pontba húzott sugárral;
- ismeri és alkalmazza a Thalész-tételt és megfordítását;
- ismeri és használja a 15° -os derékszögű háromszög tulajdonságait.

a 10. évf. végére:

- körrel kapcsolatos tételek alkalmazása (kerületi- és középponti szögek tétele, kerületi szögek tétele, húrnégyszögek és érintőnégyzetek tételei, húrszakaszok tétele, körhöz külső pontból húzott érintő- és szelőszakaszok tétele, illetve szelőszakaszok tétele, Ptolemaiosz-tétel).

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Annak ismerete és alkalmazása, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körív hosszával
- Annak ismerete és alkalmazása, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körcikk területével
- Kör, körcikk, körgyűrű és körszelet területének és kerületének kiszámítása
- Annak ismerete és alkalmazása, hogy a kör érintője merőleges az érintési pontba húzott sugárra, és hogy külső pontból húzott érintőszakaszok egyenlő hosszúak
- A Thalész-tétel és megfordításának ismerete és alkalmazása
- A Thalész-tétel és megfordításnak bizonyítása
- Körérintő szerkesztése, két kör közös érintője is
- Szög mérése ívmértékkel; fok és ívmérték közti kapcsolat ismerete, alkalmazása
- Kerületi és középponti szögek tétele
- Kerületi szögek tétele
- Látószögek körív
- Húrnégyszög tétele és megfordítása
- Érintőnégyzetek tétele és megfordítása
- A talpponti háromszög tulajdonságai
- Ptolemaiosz-tétel

- Érintő- és szelőszakaszok tétele
- Szelőszakaszok tétele
- Aranymetszés
- Pontnak körre vonatkozó hatványa

FOGALMAK

középponti szög, körív, körcikk, körgyűrű, körszelet, érintőszakaszok
ív mérték, radián

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK, KAPCSOLÓDÁSI PONTOK, MATEMATIKATÖRTÉNET

- Annak felfedeztetése méréssel, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körív hosszával; különböző méretű körök esetén a kapott adatok táblázatba foglalása
- A Thalész-tétel felfedeztetése szerkesztéssel, szögméréssel vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával
- Trimino alkalmazása a fok és az ívmérték közötti kapcsolat játékos gyakorlására
- *Matematikatörténet*: Thalész, Ptolemaiosz, Apollóniusz
- Apollóniusz-kör

TÉMAKÖR: Transzformációk, szerkesztések

JAVASOLT ÓRASZÁM: 14 + 12 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és alkalmazza a hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételeket.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló

a 9. évf. végére:

- ismer példákat geometriai transzformációkra;
- ismeri és alkalmazza a síkbeli egybevágósági transzformációkat és tulajdonságaikat; alakzatok egybevágóságát;
- megszerkeszti egy alakzat tengelyes, illetve középpontos tükröképét hagyományosan és digitális eszközzel;
- megszerkeszti egy alakzat pont körüli elforgatottját, párhuzamos eltolóját hagyományosan és digitális eszközzel;
- ismeri a vektorokkal kapcsolatos alapvető fogalmakat, vektorokkal kapcsolatos műveleteket végez;
- az egybevágósági transzformációkat alkalmazza szerkesztési feladatokban, minimális út meghatározásánál;
- geometriai szerkesztési feladatoknál vizsgálja és megállapítja a szerkeszthetőség feltételeit.

a 10. évf. végére:

- alkalmazza a párhuzamos szelők tételét és megfordítását, a párhuzamos szelőszakaszok tételét;
- ismeri és alkalmazza a szögfelezőtételt;
- tudja, hogy az iménti tételekből következnek a középpontos hasonlósági transzformáció tulajdonságai;
- ismeri és alkalmazza a középpontos hasonlósági transzformációt;

- ismeri és alkalmazza a hasonlósági transzformációt és az alakzatok hasonlóságát.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Példák ismerete geometriai hozzárendelésekre (merőleges vetítés, párhuzamos vetítés, merőleges affinitás, térkép, fényképezés)
- A tengelyes tükrözés, a középpontos tükrözés, a pont körüli forgatás és a párhuzamos eltolás ismerete, tulajdonságai (szögtartás, távolságtartás, irányítástartás, egyenes képe egyenes, fixpont, fix egyenes, fix sík)
- „Lekváros kenyeres” feladatok
- Geometriai szélsőérték-feladatok.
 - Minimális út, háromszögbe írt minimális kerületű háromszög.
 - Izogonális pont minimum-tulajdonsága (dinamikus szerkesztőprogrammal megsejtve)
- Egybevágósági transzformációk szorzata
- Egybevágósági transzformációk végrehajtása szerkesztéssel vagy digitális eszközzel
- Egybevágó alakzatok, szimmetriák megfigyelése a környezetben, művészeti alkotásokban
- Az egybevágósági transzformációk alkalmazása feladatok megoldásában, tételek bizonyításában
- Háromszögek egybevágóságának alapesetei és ezek alkalmazása (Például a paralelogramma karakterisztikus tulajdonságai)
- Négyzetek egybevágósága
- Egyszerű szerkesztési feladatok megoldása hagyományos vagy digitális eszközzel; diskusszió
- Gyakorlati feladatok megoldása egybevágóságok segítségével (például a sík parkettázása különféle síkidomokkal; szabásminta készítése, használata)
- A párhuzamos szelők tétele és megfordítása, párh. szelőszakaszok tétele és következményei:
 - Szakasz arányos osztása
 - Negyedik arányos szerkesztése
 - Szögfelezőtétel
 - Párhuzamos szelőszakaszok tétele
- A középpontos hasonlósági transzformáció és a hasonlósági transzformáció ismerete, tulajdonságai
- Euler-egyenes
- A hasonlóság fogalmának ismerete és alkalmazása feladatok megoldásában, tételek bizonyításában
- Háromszögek hasonlóságának alapesetei
- Gyakorlati feladatok megoldása hasonlóság segítségével (például alaprajz-, térképkészítés, modellezés)
- Szerkesztési, számítási, bizonyítási feladatok

FOGALMAK

tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, pont körüli forgatás, párhuzamos eltolás, egybevágóság, forgásszög, vektor, vektorok összege, középpontos hasonlósági transzformáció, hasonlósági transzformáció, hasonlóság, a hasonlóság aránya

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK, KAPCSOLÓDÁSI PONTOK, MATEMATIKATÖRTÉNET

- Gyakorlati példák keresése geometriai hozzárendelésekre, például fényképezés, filmvetítés

- A középpontos tükrözés, a pont körüli forgatás és a párhuzamos eltolás bemutatása mint két tengelyes tükrözés egymásutánja
 - M. C. Escher és Victor Vasarely néhány interneten is elérhető alkotásának elemzése a szimmetriák szempontjából; hasonló módszerrel képek alkotása
 - A sík parkettázása egybevágó háromszögekkel, négyszögekkel papírsablonok vagy dinamikus geometriai szoftver segítségével
 - A tengelyes vagy középpontos szimmetriára alapozó stratégiai játékok (például pénzforgató, színezős) páros munkában
 - Az iskola közelében lévő magas épület (például templomtorony) magasságának meghatározása egy egyenes bot segítségével a bot és az épület árnyékának méréséből („Thalész-módszer”) csoportmunkában
 - Valódi távolságok, valódi útvonalak hosszának meghatározása papíralapú térkép alapján
-
- A háromszögek egybevágóságának és hasonlóságának alapeseteinél a szükséges és elégséges feltétel megkülönböztetése (Pl. ha a szögek páronként megegyeznek, akkor hasonlóak, ebből viszont következik a megfelelő oldalak arányának egyenlősége)
 - *Vizuális kultúra*: az aranymetszés megjelenése a természetben, alkalmazása a művészetekben.
 - *Földrajz*: térképkészítés, térképolvasás
 - Inverzió és tulajdonságai (szerkesztő programmal is)

TÉMAKÖR: Vektorok

JAVASOLT ÓRASZÁM: 4 + 11 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a vektorokkal kapcsolatos alapvető fogalmakat;
- ismer és alkalmaz egyszerű vektorműveleteket;
- alkalmazza a vektorokat feladatok megoldásában-

A témakör tanulása eredményeként a tanuló

a 9. évf. végére:

- ismeri a vektorokkal kapcsolatos alapvető fogalmakat, vektorokkal kapcsolatos műveleteket végez (többféle módszerrel is tud két vektort összeadni és kivonni).

a 10. évf. végére:

- ismeri a vektorműveletek tulajdonságait;
- meghatározza osztópont helyvektorát, háromszög, négyszög, tetraéder súlypontjának helyvektorát;
- vektorfelbontás, vektorkoordináták meghatározása adott bázisrendszerben;
- számolás vektorkoordinátákkal;
- vektorok alkalmazása feladatok megoldásában, tételek bizonyításában.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A vektor fogalmának kialakítása a párhuzamos eltolás segítségével
- Műveletek vektorokkal:
 - Összeadás, kivonás, számmal való szorzás

- Vektorfelbontás tétele
- Osztópont helyvektora, háromszög súlypontjának helyvektora, Feuerbach-kör
- Háromszög magasságpontjának helyvektora
- Vektorok térben
- Vektor koordinátái
- Vektor 90° -os elforgatottja
- Analógia a számhalmazokon végzett műveletekkel

FOGALMAK

vektor, vektorok összege, különbsége; vektorfelbontás, vektor koordinátái

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK, KAPCSOLÓDÁSI PONTOK, MATEMATIKATÖRTÉNET

- *Fizika*: erők összege

TÉMAKÖR: Trigonometria

JAVASOLT ÓRASZÁM: 21 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- matematikai és fizikai feladatokban is tudja alkalmazni a trigonometriai ismereteit

A témakör tanulása eredményeként a tanuló

a 10. évf. végére:

- ismeri hegyesszögek szögfüggvényeinek definícióját a derékszögű háromszögben;
- összefüggéseket ismeri hegyesszögek szögfüggvényei között;
- a szögfüggvény értékének ismeretében meghatározza a szöveget;
- ismeri a szögfüggvények kiterjesztésének definícióját, azok geometriai megjelenítését;
- hegyesszögre visszavezetéssel is meg tudja határozni a szögfüggvények értékét;
- egyszerű trigonometrikus egyenletet megold (grafikusan is);
- ábrázolja, jellemzi a trigonometrikus függvényeket és azok transzformációit.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Hegyesszög szinusza, koszinusza, tangense
- Számítások derékszögű háromszögekben szögfüggvények segítségével gyakorlati helyzetekben
- Nevezetes szögek szögfüggvényei:
 - 30° ; 60° ; 45° (megtanulandók)
 - 18° , 36° , 54° , 72° (kiszámolás az „aranyháromszögből”.)
- Összefüggések ismerete egy adott szög különböző szögfüggvényei között: pitagoraszí összefüggés, pótszögek és mellékszögek szögfüggvényei
- Szögfüggvény értékének ismeretében a szög meghatározása számológép segítségével
- Számítások négyszögekben, sokszögekben szögfüggvények segítségével
- A környezetben található tárgyak magasságának, pontok távolságának meghatározása mért adatokból számítva
- Négyszögek és szabályos sokszögek területének kiszámítása
- Szinusz, koszinusz, tangens értelmezése tetszőleges forgásszög esetén

Helyi tanterv négy évfolyamos speciális matematika 6 óra

- Valós számok halmazán értelmezett szögfüggvények ábrázolása, egyszerű transzformációk végrehajtása, a függvények jellemzése (értelmezési tartománya, értékkészlete, zérushelyek, szélsőérték, periódus, monotonitás). A trigonometrikus függvények transzformáltjai
- Egyszerű trigonometrikus összefüggések bizonyítása
- Egyszerű trigonometrikus egyenletek megoldása

FOGALMAK

szinusz, koszinusz, tangens, kotangens ~~szinusztétel, koszinusztétel~~

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK, KAPCSOLÓDÁSI PONTOK, MATEMATIKATÖRTÉNET

- Épület magasságának meghatározása a látószög és a távolságok mérésének segítségével csoportmunkában
- Interaktív digitális eszközök használata a valós számok halmazán értelmezett szögfüggvények szemléltetéséhez
- A szögfüggvények szerepének bemutatása a harmonikus rezgőmozgást jellemző mennyiségekben

TÉMAKÖR: Leíró statisztika

JAVASOLT ÓRASZÁM: 0 + 10 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- adott cél érdekében tudatos adatgyűjtést és rendszerezést végez;
- hagyományos és digitális forrásból származó adatsokaság alapvető statisztikai jellemzőit meghatározza, értelmezi és értékeli;
- felismer grafikus manipulációkat diagramok esetén.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló

a 10. évf. végére:

- adatsokaságból adott szempont szerint oszlop- és kördiagramot készít hagyományos és digitális eszközzel;
- diagramból gyakorisági táblázatot készít;
- kiszámítja adatsokaság középértékeit;
- meg tud oldani középértékekkel kapcsolatos gondolkodtató feladatokat.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Statisztikai adatok gyűjtésének tervezése
- Statisztikai adatok gyűjtése hagyományos és internetes forrásból
- Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése középértékekkel hagyományos és digitális eszközzel
- A kapott adatok értelmezése, értékelése, egyszerű statisztikai következtetések
- Oszlop- és kördiagram értelmezése, valamint készítése hagyományos és digitális eszközzel
- Konkrét adatsokaság ábrázolásához, statisztikai kérdés megválaszolásához a megfelelő diagramtípus kiválasztása

- Kördiagramból oszlopdiagram készítése és viszont
- Grafikus manipulációk felismerése és javítása diagramok esetén
- A középértékek tulajdonságainak és alkalmazhatóságának ismerete

FOGALMAK

oszlopdiagram, kördiagram, átlag, medián, módusz

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK, KAPCSOLÓDÁSI PONTOK, MATEMATIKATÖRTÉNET

- Adatgyűjtés megtervezése, például forgalomszámlálás vagy iskolai felmérés előkészítése
 - A megtervezett statisztikai adatgyűjtés lebonyolítása, az eredmények szemléltetése grafikonok segítségével, a kapott eredmények értékelő bemutatása tanulói kiselőadás formájában
 - Különböző adatsokaságok esetében annak vizsgálata, hogy ezek jellemezhetőek-e az ismert középértékekkel
 - Érvelés a tanuló saját érdemjegyei alapján különböző statisztikai jellemzők segítségével a kedvezőbb év végi jegyért
 - Különböző sportágak értékelési rendszerének és statisztikáinak bemutatása tanulói kiselőadás keretében
 - Osztályok/tantárgyak eredményeinek összehasonlítása érdemjegyek és ezek középértékei alapján
 - Csoportmunka keretében adott céllal készülő, megtévesztő oszlop- és kördiagramok készítése, ezek szóbeli értékelése, javítása
-
- *Történelem*: történelmi, társadalmi témák vizuális ábrázolása (táblázat, diagram).
 - *Földrajz*: időjárás, éghajlati és gazdasági statisztikák.

TÉMAKÖR: Valószínűség-számítás

JAVASOLT ÓRASZÁM: 0 + 8 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- konkrét valószínűségi kísérletek esetében az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, egymást kizáró események, független események fogalmát megkülönbözteti és alkalmazza.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló

a 10. évf. végére:

- tapasztalatai alapján véletlen jelenségek jövőbeni kimenetelére észszerűen tippel;
- véletlen kísérletek adatait rendszerezi, relatív gyakoriságokat számol, nagy elemszám esetén számítógépet alkalmaz;
- feladatokban alkalmazza a valószínűség-számítás klasszikus (Laplace) modelljét.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Valószínűségi kísérletek elvégzése, gyakorisági, relatív gyakorisági táblázatok készítése
- A valószínűség fogalmának bevezetése statisztikai alapon
- A klasszikus valószínűségi modell fogalma és alkalmazása
- Diszkrét valószínűség-eloszlások ábrázolása hagyományos és digitális eszközzel

FOGALMAK

valószínűségi kísérlet, esemény, elemi esemény, gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség, diszkrét valószínűség-eloszlás

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK, KAPCSOLÓDÁSI PONTOK, MATEMATIKATÖRTÉNET

- Konkrét valószínűségi kísérletek végrehajtása vagy dinamikus szoftver segítségével történő szimulálása (például dobások szabályos dobókockákkal, pénzérmékkel); a kapott gyakoriságok és relatív gyakoriságok táblázatba foglalása; tippelés az egyes kimenetelekre és becslés a bekövetkezésük valószínűségére
- Játékokban a szerencsefaktor vizsgálata, például „Ki nevet a végén” játék esetében az első hatos dobás eloszlása
- Különböző társasjátékokban stratégia meghatározása, döntéshozatal esélylatolgatás alapján
- Különböző szerencsejátékok (lottó, totó, póker, black jack, internetes sportfogadások) esetében a nyerési esély összehasonlítása